

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТРЕХМЕРНЫХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ ОБЪЕКТОВ

М.М.Резинкина¹, докт.техн.наук, Л.Э.Лобжанидзе²

^{1,2} – Научно-технический центр магнетизма технических объектов НАН Украины,
ул. Индустриальная, 19, а/я 72, г.Харьков, 61106, Украина.

Описана методика численного расчета магнитного поля и магнитного момента ферромагнитных объектов сложной пространственной формы с помощью метода конечных объемов и поглощающих граничных условий. Выполнены расчеты магнитного поля и магнитного момента ряда ферромагнитных объектов с помощью разработанной методики. Проанализирована зависимость магнитных моментов ферромагнитных конструкций от их геометрической формы. Библ.21, рис. 5.

Ключевые слова: магнитное поле, ферромагнитный объект, метод конечных объемов, поглощающие граничные условия.

Введение. Медико-биологические исследования показывают, что снижение естественного геомагнитного поля (ГМП) может влиять на биологические объекты [2,3,6,14,19–21]. Учитывая возможное отрицательное влияние снижения ГМП на здоровье людей, в Российской Федерации принят нормативный документ, который вводит предельно допустимый уровень снижения естественного ГМП – не более чем в 2 раза [10]. Подобный документ готовится к принятию и в Украине. Источниками снижения ГМП в местах длительного пребывания людей являются намагниченные ферромагнитные элементы конструкции домов, а также различных технических средств. Для создания методов оценки уровней снижения геомагнитного поля в домах необходима методика расчета магнитного поля в окрестности ферромагнитных элементов строительных конструкций. Информация о распределении магнитного поля в окрестности ферромагнитных тел сложных пространственных конфигураций, находящихся во внешнем постоянном магнитном поле (например, ГМП), требуется также для ряда других практически важных приложений. К таким приложениям относятся, в том числе, определение магнитного поля морских судов [1] и искусственных спутников Земли [15]. При этом, как правило, в качестве интегрального параметра, характеризующего магнитные свойства объектов, используют магнитный момент (ММ) [9,4,13]. В инженерных приложениях по уровню ММ определяют индукцию магнитного поля (МП) в дальней зоне – на большом расстоянии от объектов [4]. Однако в случае ферромагнитных тел сложных пространственных конфигураций аналитические оценки как при определении самой величины магнитного момента, так и при использовании ММ для нахождения уровней индукции могут иметь существенную погрешность. Для получения более достоверной информации о магнитных параметрах подобных тел эффективным представляется использование численных расчетов. В данной работе описана методика численного расчета ММ и распределения МП, а также применение ее для ряда приложений [8,12,16,17].

Магнитный момент тела определяется как интеграл по его объему от намагниченности в каждой точке. Таким образом, зная распределение напряженности магнитного поля внутри тела, можно вычислить его магнитный момент. Для равномерно намагниченных тел (шар, эллипсоид) ММ и коэффициент размагничивания выражаются в виде квадратур [4]. Однако в ряде реальных приложений форма исследуемых тел имеет сложный характер, и использование аналитических оценок для нахождения магнитного момента невозможно. Для решения подобных задач целесообразно применять численные методы, например, метод конечных объемов [5,11]. Целью работы является описание методики численного расчета МП и ММ ненамагниченных ферромагнитных объектов, находящихся во внешнем однородном магнитном поле, а также применение ее для расчета МП в ряде конструкций, состоящих из комбинаций стержней.

Методика расчета постоянного магнитного поля трехмерных ферромагнитных объектов. Чтобы найти распределение постоянного магнитного поля, на область в окрестности рассматриваемого ферромагнитного объекта накладывается сетка, узлы которой (i,j,k) лежат на границах разде-

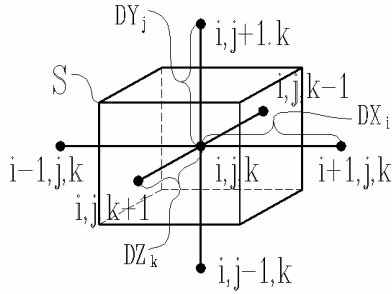


Рис. 1

ла сред. В пределах каждой ячейки, на которые разбита область (рис. 1), свойства среды полагаются однородными.

Для получения решения использовался метод конечных объемов [5,11], заключающийся в интегрировании уравнений Максвелла по элементарным объемам V , охватывающим узлы сетки расчетной области. Возьмем интеграл по каждому такому объему V от уравнения Максвелла $div \vec{B} = 0$ (где \vec{B} – индукция магнитного поля) и, используя теорему Гаусса, заменим интегрирование дивергенции искомой функции по объему интегрированием нормальной компоненты данной функции по поверхности S , охватывающей объем, $\int_V div \vec{B} \cdot dv = \oint_S B_n \cdot ds = 0$, где S – поверхность параллелепипеда,

грани которого делят пополам расстояния между соседними узлами (рис. 1). Выразив индукцию магнитного поля через его напряженность $\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, для каждого узла расчетной сетки получим решаемое уравнение в виде

$$\oint_S \mu_{i,j,k} \cdot H_n \cdot ds = 0, \quad (1)$$

где $\mu_{i,j,k}$ – относительная магнитная проницаемость (i,j,k) -й ячейки.

Подставив в (1) напряженность $\vec{H} = -grad \varphi$, выраженную через скалярный магнитный потенциал φ , и заменив производные их разностными аналогами, получим (1) в разностном виде

$$\Lambda_x \varphi_{i,j,k} + \Lambda_y \varphi_{i,j,k} + \Lambda_z \varphi_{i,j,k} = 0, \quad (2)$$

где $\Lambda_x \varphi_{i,j,k} = \varphi_{i-1,j,k} \cdot CX_{i,j,k} - \varphi_{i,j,k} \cdot (CX_{i,j,k} + DX_{i,j,k}) + \varphi_{i+1,j,k} \cdot DX_{i,j,k}$;

$\Lambda_y \varphi_{i,j,k} = \varphi_{i,j-1,k} \cdot CY_{i,j,k} - \varphi_{i,j,k} \cdot (CY_{i,j,k} + DY_{i,j,k}) + \varphi_{i,j+1,k} \cdot DY_{i,j,k}$;

$\Lambda_z \varphi_{i,j,k} = \varphi_{i,j,k-1} \cdot CZ_{i,j,k} - \varphi_{i,j,k} \cdot (CZ_{i,j,k} + DZ_{i,j,k}) + \varphi_{i,j,k+1} \cdot DZ_{i,j,k}$;

$CX_{i,j,k} = (\Delta Y_{j-1} \cdot \Delta Z_{k-1} \cdot \mu_{i-1,j-1,k-1} + \Delta Y_{j-1} \cdot \Delta Z_k \cdot \mu_{i-1,j-1,k} + \Delta Y_j \cdot \Delta Z_{k-1} \cdot \mu_{i-1,j,k-1} + \Delta Y_j \cdot \Delta Z_k \cdot \mu_{i-1,j,k}) / (4 \cdot \Delta X_{i-1})$;

$DX_{i,j,k} = (\Delta Y_{j-1} \cdot \Delta Z_{k-1} \cdot \mu_{i,j-1,k-1} + \Delta Y_{j-1} \cdot \Delta Z_k \cdot \mu_{i,j-1,k} + \Delta Y_j \cdot \Delta Z_{k-1} \cdot \mu_{i,j,k-1} + \Delta Y_j \cdot \Delta Z_k \cdot \mu_{i,j,k}) / (4 \cdot \Delta X_i)$;

$CY_{i,j,k} = (\Delta X_{i-1} \cdot \Delta Z_{k-1} \cdot \mu_{i-1,j-1,k-1} + \Delta X_{i-1} \cdot \Delta Z_k \cdot \mu_{i-1,j-1,k} + \Delta X_i \cdot \Delta Z_{k-1} \cdot \mu_{i,j-1,k-1} + \Delta X_i \cdot \Delta Z_k \cdot \mu_{i,j-1,k}) / (4 \cdot \Delta Y_{j-1})$;

$DY_{i,j,k} = (\Delta X_{i-1} \cdot \Delta Z_{k-1} \cdot \mu_{i-1,j,k-1} + \Delta X_{i-1} \cdot \Delta Z_k \cdot \mu_{i-1,j,k} + \Delta X_i \cdot \Delta Z_{k-1} \cdot \mu_{i,j,k-1} + \Delta X_i \cdot \Delta Z_k \cdot \mu_{i,j,k}) / (4 \cdot \Delta Y_j)$;

$CZ_{i,j,k} = (\Delta X_{i-1} \cdot \Delta Y_{j-1} \cdot \mu_{i-1,j-1,k-1} + \Delta X_{i-1} \cdot \Delta Y_{j-1} \cdot \mu_{i,j-1,k-1} + \Delta X_i \cdot \Delta Y_{j-1} \cdot \mu_{i-1,j,k-1} + \Delta X_i \cdot \Delta Y_{j-1} \cdot \mu_{i,j,k-1}) / (4 \cdot \Delta Z_{k-1})$;

$DZ_{i,j,k} = (\Delta X_{i-1} \cdot \Delta Y_{j-1} \cdot \mu_{i-1,j,k-1} + \Delta X_{i-1} \cdot \Delta Y_{j-1} \cdot \mu_{i,j,k-1} + \Delta X_i \cdot \Delta Y_{j-1} \cdot \mu_{i-1,j,k} + \Delta X_i \cdot \Delta Y_{j-1} \cdot \mu_{i,j,k}) / (4 \cdot \Delta Z_k)$;

$\Delta X_i, \Delta Y_j, \Delta Z_k$ – величины шагов расчетной сетки в направлениях x, y, z соответственно.

При нахождении ферромагнитных тел во внешнем однородном магнитном поле (например, ГМП напряженностью \vec{H}_0) магнитный потенциал φ на границах расчетной области может быть задан из условия равенства напряженности магнитного поля величине \vec{H}_0 при достаточном удалении от ферромагнитных объектов

$$\partial \varphi / \partial x = -H_{0x}, \quad \partial \varphi / \partial y = -H_{0y}, \quad \partial \varphi / \partial z = -H_{0z}, \quad (3)$$

где H_{0x}, H_{0y}, H_{0z} – x, y, z компоненты вектора напряженности \vec{H}_0 соответственно.

Для того чтобы электромагнитное поле можно было полагать невозмущенным, приходится значительно расширять габариты расчетной области относительно исследуемого объекта, хотя в большинстве случаев, как правило, необходимы данные о распределении магнитного поля в непосредственной близости и внутри ферромагнитного тела. Использование так называемых «поглощающих граничных условий» позволяет многократно уменьшить объем исследуемой области посредством ввода на ее границе дополнительных сред, распределение поля в которых носит лишь вспомогательный характер и в результатах расчета не учитывается. Параметры данных сред задаются анизотропными для того, чтобы обеспечить быстрое и безотражательное затухание электромагнитного поля. Так, метод UPML (uniaxially perfectly matched layers – одноосно хорошо согласованных слоев) [18] для случая магнитостатики подразумевает введение на границах области слоев материала, магнитные

параметры которого описываются трехдиагональным тензором для относительной магнитной проницаемости [8]: $\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}$. В слое, параллельном плоскости x - y , $\mu_x = \mu_y$; в слое, параллельном плос-

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{bmatrix}$$

кости y - z , $\mu_y = \mu_z$ и т.д. Характерная особенность этих слоев состоит в том, что соответствующий элемент тензора $\hat{\mu} < 1$. В угловых зонах расчетной области тензоры пересекающихся слоев перемножаются. Согласно [18], для того, чтобы избежать эффектов отражения, следует задавать изменение магнитных свойств UPML толщиной d по глубине слоя (например, x) в соответствии с полиномиальным законом $k_x(x) = 1 + (k_{\max} - 1) \cdot (x/d)^m$, где k_{\max} – максимальная величина k_x на внешней границе UPML; m – показатель степени. Причем, уровни m должны лежать в пределах: $3 \leq m \leq 4$ [19]. Величины $k_y(y)$ и $k_z(z)$ вычисляются аналогично.

Условия вида (3) могут быть заданы лишь на достаточном расстоянии от ферромагнитного объекта, поэтому для уменьшения габаритов рассматриваемой области предлагается использовать UPML, а на границе задавать условия [7] $\partial\varphi/\partial x = -k_{\max} \cdot H_{0x}$, $\partial\varphi/\partial y = -k_{\max} \cdot H_{0y}$, $\partial\varphi/\partial z = -k_{\max} \cdot H_{0z}$, что позволяет добиться совпадения с аналитическими методами решения в пределах 1 % [8].

Пример использования методов конечных объемов и UPML – на рис. 2, где показаны рассчитанные распределения магнитного поля $H^* = 100\% \times (|H| - |H_0|) / |H_0|$ в сечении $z=0$, проходящем через середины параллелепипедов: а) $X \times Y \times Z$: $0.16 \times 0.3 \times 0.08$ м³ и б) $X \times Y \times Z$: $0.4 \times 0.16 \times 0.08$ м³ с относительной магнитной проницаемостью $\mu = 200$, при приложении внешнего МП, параллельного оси X : $H_0 = H_x$. На рис. 2 выноска 1 указывает на одноосно хорошо поглощающие слои, выноска 2 – на исследуемые объекты.

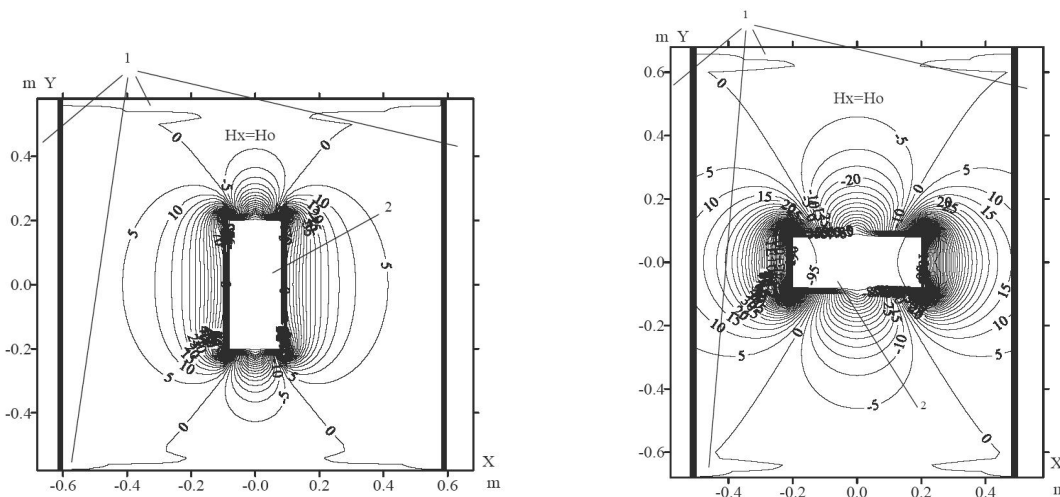


Рис. 2, а,б

Рассчитаны и проанализированы также распределения трехмерного МП в окрестности (а) и внутри (б) Т-образных, Г-образных и имеющих форму рамки систем ферромагнитных стержней сечением 0.04×0.04 м² и длиной 1 м (рис. 3–5 соответственно) при приложении постоянного МП напряженностью 1 А/м. Анализ распределений МП ряда комбинаций ферромагнитных стержней показал существенное влияние на результирующий ММ различных вариантов их взаимного расположения. Так, для Т-образных, Г-образных стержней величина ММ по сравнению с ММ единичного стержня может увеличиваться до 20–26 %, а для ферромагнитных стержней, имеющих форму рамки, – до 84 % [8].

Выводы. Разработана методика численного расчета магнитного поля и магнитного момента в окрестности и внутри ферромагнитных конструкций при помощи метода конечных объемов и поглощающих граничных слоев. Анализ результатов показал совпадение с аналитическими решениями в пределах 1 %. Выполнены примеры расчета магнитного поля и магнитных моментов в ряде ферромагнитных конструкций. Приведены количественные показатели влияния взаимного расположения ферромагнитных стержней на их результирующий магнитный момент. Полученные данные могут служить основанием при выборе параметров конструкций, не вызывающих существенного снижения индукции геомагнитного поля.

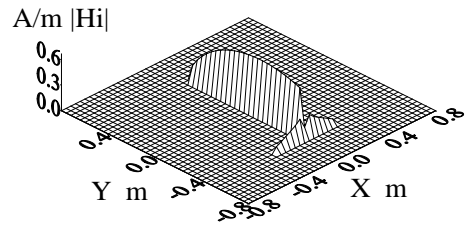
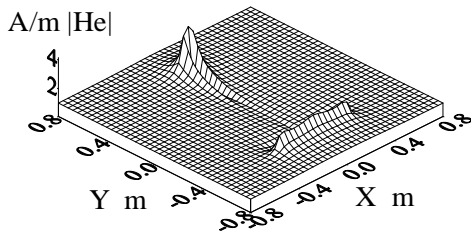


Рис. 3, а,б

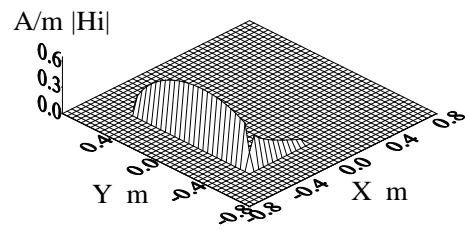
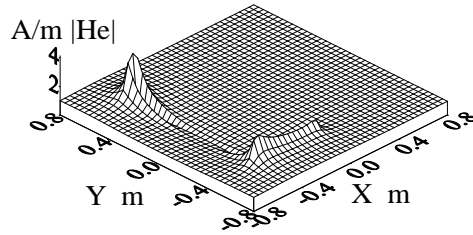


Рис. 4, а,б

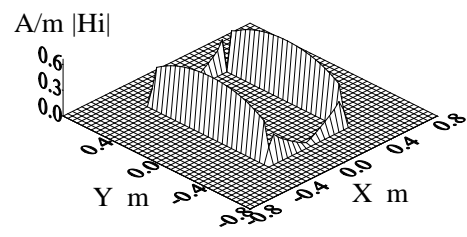
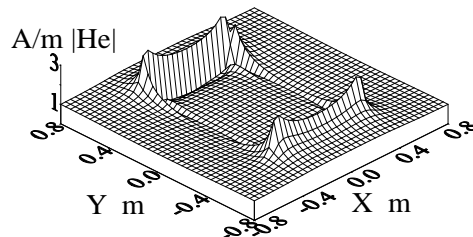


Рис. 5, а,б

1. Крaснoв И.П. Расчетные методы судового магнетизма и электротехники. – Л.: Судостроение, 1986. – 216 с.
Krasnov I.P. Calculation methods for ship magnetism and electrical engineering. – Leningrad: Sudostroenie, 1986. – 216 p. (Rus.)
2. Любимов В.В. Искусственные и естественные электромагнитные поля в окружающей человека среде и приборы для их обнаружения и фиксации / Препринт / ИЗМИРАН; №11 (1127) – Троицк: 1999. – 28 с.
Liubimov V.V. Artificial and natural electromagnetic fields in human environment and devices for its detection and fixation / Preprint / IZMIRAN; № 11 (1127). – Troitsk: 1999. – 28 p. (Rus.)
3. Нахильницкая З.Н., Мaстриукова В.М., Андрианова Л.А., Бородкина А.Т. Реакция организма на воздействие «нулевого» магнитного поля // Космическая биология и авиакосмическая медицина. – 1978. – №2. – С. 74–76.
Nakhilnitskaia Z.N., Mastriukova V.M, Andrianova L.A., Borodkina A.T. Reaction of organism to zero magnetic field exposure // Kosmicheskaiia biologiiia i meditsina. – 1978. – №2. – P. 74–76. (Rus.)
4. Нестеренко А.Д. Введение в теоретическую электротехнику. – Киев: Наукова думка, 1969. – 345 с.
Nesterenko A.D. Introduction to Theoretical Electrical Engineering. – Kiev: Naukova dumka, 1969. – 345 p. (Rus.)
5. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 150 с.
Patankar S. Numerical methods for solving heat transfer and fluid flow problems. – Moskva: Energoatomizdat, 1984. – 150 p. (Rus.)
6. Походзей Л.В. Гипогеомагнитные условия как фактор риска для здоровья человека // Труды 2-й Международ. конф. «Электромагнитные поля и здоровье человека». М.: 1999. – С. 135–136.
Pokhodzei L.V. Hypogeomagnetic conditions as a risk factor for human health // Trudy II Mezhdunar. konf. "Electromagnitnye polia i zdorovie cheloveka". – Moskva: 1999. – P. 135–136. (Rus.)
7. Резинкина М.М. Влияние проводимости ветвей дендритов в полиэтиленовой изоляции на их рост при приложении высокого напряжения // Журнал технической физики. – 2005. – Т.75. – №6. – С. 85–92.
Rezinkina M.M. Growth of dendrite branches in polyethylene insulation under a high voltage versus the branch conductivity // Zhurnal Tekhnicheskoi Fisiki. – 2005. – Vol.75. – №6. – P. 85–92. (Rus.)
8. Резинкина М.М. Численный расчет магнитного поля и магнитного момента ферромагнитных тел сложной пространственной конфигурации // Журнал технической физики. – 2009. – Т.79. – №8. – С. 8–17.

- Rezinkina M.M.* Numerical calculation of the magnetic field and magnetic moment of ferromagnetic bodies with a complex spatial configuration // *Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki*. – 2009. – Vol.79. – №8. – P. 8–17. (Rus).
9. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. – М.: Наука, 1989. – 504 с.
Tamm I.E. Fundamentals of electricity. – Moskva: Nauka, 1989. – 504 p. (Rus.)
10. *Физические факторы* производственной среды Санитарно-эпидемиологические правила и нормативы. – СанПиН 2.2.4.1191-03 «Электромагнитные поля в производственных условиях». – М.: 2003. – 19 с.
Physical factors of the production environment Sanitary-epidemiological rules and norms. – SanPiN 2.2.4.1191-03 "Electromagnetic fields in production environment". – М.: 2003. – 19 p. (Rus.)
11. *Щерба А.А., Резинкина М.М.* Моделирование и анализ электрических полей энергетических объектов. – Київ: Наукова думка, 2008. – 248 с.
Shcherba A.A., Rezinkina M.M. Modelling and analysis of electrical fields of power objects. – Kyiv: Naukova dumka, 2008. – 248 p. (Rus.)
12. *Щерба А.А., Резинкина М.М.* Электромагнитные поля и их воздействие на объекты. – Київ: Наукова думка, 2009. – 191 с.
Shcherba A.A., Rezinkina M.M. Electromagnetic fields and their influence on the objects. – Kyiv: Naukova dumka, 2009. – 191 p. (Rus.)
13. *Яновский Б.М.* Земной магнетизм. – М.–Л.: Главсевморпути, 1941. – 283 с.
Yanovskii B.M. Terrestrial magnetism. – Moskva–Leningrad: Glavsevmorputi, 1941. – 283 p. (Rus.)
14. *Conley C.C.* A review of the biological effects of very low magnetic fields // Report № NASA TN D-5902. – National Aeronautics and Space Administration, Washington, D. C. 20546. – 1970. – 25 p.
15. *Paluszek M., Thomas S., Mueller J., Bhatta P.* Spacecraft attitude and orbit control. – Princeton: Princeton Satellite Systems, 2007. – 476 p.
16. *Salinas E., Rezinkina M., Atalaya J.* Some 2D–3D aspects of shielding of longitudinal sources of extremely low frequency magnetic fields // *Environmentalist*. – 2009. – Vol. 29. – №2. – P. 141–146.
17. *Salinas E., Rezinkina M.* Choice of parameters for passive shielding of power-frequency magnetic fields // *Environmentalist*. – 2009. – Vol. 29. – №2. – P. 135–140.
18. *Taflove A., Hagness S.* Computational electrodynamics: the finite difference time domain method. – Boston-London: Artech House, 2000. – 852 p.
19. *Xuebin W., Bing L.I., Muling X.U. et al.* Long-term memory was impaired in one-trial passive avoidance task of day-old chicks hatching from hypomagnetic field space // *China Sci. Bull.* – 2003. – Vol. 48. – P. 2454–2457.
20. *Zhang B., Lu H., Xi W. et al.* Exposure to hypomagnetic field space for multiple generations causes amnesia in *Drosophila melanogaster* // *Neuroscience Letters*. – 2004. – Vol. 371. – №2–3. – P. 190–195.
21. *Zhang X., Li J-F., Wu Q-J., Li B., Jiang J-C.* Effects of hypomagnetic field in noradrenergic activities in the brainstem of golden hamster // *Bioelectromagnetics*. – 2007. – Vol. 28. – P. 155–158.

УДК 621.317.42

М.М.Резинкина¹, Л.Э.Лобжанідзе²

^{1,2} – **Науково-технічний центр магнетизму технічних об'єктів НАН України,**

вул. Індустріальна, 19, а/с 72, м.Харків, 61106, Україна.

Дослідження магнітного поля тривимірних феромагнітних об'єктів

Описано методику чисельного розрахунку магнітного поля та магнітного моменту феромагнітних об'єктів складної просторової форми за допомогою методу скінченних об'ємів і поглинаючих граничних умов. Виконано розрахунки магнітного поля та магнітного моменту у ряді феромагнітних об'єктів за допомогою розробленої методики. Проаналізовано залежність магнітних моментів феромагнітних конструкцій від їхньої геометричної форми. Бібл. 21, рис. 5.

Ключові слова: магнітне поле, феромагнітний об'єкт, метод скінченних об'ємів, поглинаючі граничні умови.

M.M.Rezynkina¹, L.E.Lobzhanidze²

^{1,2} – **Scientific and Technical Center of Magnetism of Technical Objects of National Academy of Science of Ukraine,**

Industrialna, 19, a/s 72, Kharkiv, 61106, Ukraine

Analysis of magnetic field of three-dimensional ferrous objects

Methodology of numerical calculations of magnetic field and magnetic moment of ferromagnetic objects with complicated space form has been described with the help of the method of final volume and absorbing boundary conditions. Calculations of magnetic field and magnetic moment in the row of ferromagnetic objects have been performed with developed methodology. Dependence of magnetic moments of ferromagnetic constructions on their geometric shape has been analysed. References 21, figures 5.

Key words: magnetic field, ferromagnetic object, method of final volume, absorbing boundary conditions.

Надійшла 16.04.2010

Received 16.04.2010