

УДК 530.152.15

С.Е.Зирка, докт.техн.наук, Ю.И.Мороз, канд.техн.наук, Е.Ю.Мороз (Днепропетровский нац. ун-т)

ИНВЕРСНАЯ МОДЕЛЬ МАГНИТНОГО ГИСТЕРЕЗИСА

Предложен способ построения модели магнитного гистерезиса, реализующей возврат кривой намагничивания в предыдущую точку поворота. Инверсный характер модели, то есть построение кривых намагничивания в виде зависимостей $H(B)$, обеспечивает отсутствие участков с отрицательными наклонами и облегчает включение модели гистерезиса в программы расчета переходных процессов в электрических и магнитных цепях.

Запропоновано спосіб побудови моделі магнітного гістерезису, що реалізує повернення кривої намагнічування в попередню точку повороту. Інверсний характер моделі, тобто побудова кривих намагнічування у вигляді залежностей $H(B)$, забезпечує відсутність ділянок з негативними нахилами і полегшує включення моделі гістерезису в програми розрахунку перехідних процесів в електричних і магнітних колах.

Введение. Непрерывная разработка новых моделей магнитного гистерезиса указывает на то, что ни одна из существующих моделей не может считаться универсальной. Созданию универсальной модели препятствуют такие противоречивые требования как точность, сложность и простота реализации. В ряде случаев достаточно ограничиться приближенным описанием предельной петли гистерезиса (ППГ) и созданием модели без памяти. В этих случаях могут быть использованы известные модели на основе гипербол, степенных рядов, рациональных полиномов или гиперболических функций [11]. Задача моделирования гистерезиса резко усложняется при необходимости уточненного описания формы ППГ и, особенно, при создании модели, воспроизводящей историю процесса намагничивания. Модели гистерезиса с памятью разрабатываются сегодня почти исключительно в рамках Прейзаховского подхода [8], где свойство возврата кривой намагничивания в предыдущую точку реверса и вытирание замкнувшейся петли из памяти модели (второе и третье правила Маделунга [2]) обеспечиваются интегральным характером модели. Известными недостатками Прейзаховских моделей являются их чувствительность к погрешностям исходных данных, относительная сложность и наличие вертикальной конгруэнтности, не наблюдаемой в эксперименте. Эти недостатки и неизбежные отличия моделируемой и экспериментальной ППГ являются платой за способность Прейзаховских моделей воспроизводить историю процесса, что необходимо при описании несимметричных петель.

В качестве альтернативы Прейзаховскому подходу авторами были предложены модели гистерезиса с памятью [1,3], в которых ППГ и кривые возврата первого порядка (КВПП) представляются с помощью сплайнов (это позволяет описать эти кривые с любой требуемой точностью). Любые другие кривые этих моделей строятся путем копирования и вставки («трансплантации») определенных отрезков экспериментальных или сгенерированных КВПП. Модели на основе трансплантации были использованы при решении уравнений Максвелла [4,13,14] и включены в программы расчета переходных процессов в электрических и магнитных цепях, где условия работы ферромагнетика заранее неизвестны [4,6]. Несмотря на точность и концептуальную простоту моделей [1,3] их недостатком является относительная сложность реализующего алгоритма. Поэтому при разработке модели, описываемой ниже, стояла задача сохранить способность моделей [1,3] воспроизводить ППГ *любой* формы, но упростить способ построения кривых возврата.

В отличие от большинства существующих моделей, строящих кривые $B=f(H)$, кривые намагничивания предлагаемой модели строятся как зависимости $H=f(B)$, то есть входной величиной модели является магнитная индукция B , а выходной – напряженность магнитного поля H . Такой способ построения кривых (инверсный характер модели) обеспечивает отсутствие у них участков с отрицательной производной dB/dH и облегчает включение модели гистерезиса в программы расчета переходного процесса в магнитных цепях, где переменными состояниями являются обычно магнитные пото-

ки или индукция, а не напряженность поля [1,4,13]. Немногочисленные инверсные модели, описанные в литературе, жестко привязаны к некоторым математическим функциям [11] или построены на основе безгистерезисной кривой [5,10]. Недостатки такого подхода и альтернативный способ построения модели рассматриваются в следующих разделах.

Предпосылки создания модели. Описываемая модель была разработана в ходе критического рассмотрения «энергетического подхода», ведущего к известной модели Джайлса-Атертона (МДА) [7], согласно которой основное уравнение МДА имеет вид

$$M = M_{an}(H_e) - \delta k(dM/dB_e), \quad (1)$$

где M – намагниченность, $M_{an}(H_e)$ – уравнение безгистерезисной (anhysteretic) кривой, $H_e = H + \alpha M$, $B_e = \mu_0 H_e$, $\delta = \pm 1$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, а коэффициенты α и k определяют форму и площадь формируемой петли гистерезиса.

Принцип построения петли гистерезиса на основе (1) показан на рис. 1, где точка 1 восходящей ветви ($\delta = +1$) и точка 3 нисходящей ветви ($\delta = -1$) получаются смещением соответствующей точки 2 безгистерезисной кривой по вертикали. Примечательно, что уравнение (1) получено в [7] путем дифференцирования выражения

$$\int M dB_e = \int M_{an}(H_e) dB_e - k \int (dM/dB_e) dB_e, \quad (2)$$

которое, по мнению авторов МДА, представляет энергию намагничивания $\int M dB_e$ как разность между энергией $\int M_{an}(H_e) dB_e$, поступающей в идеальную (безгистерезисную) среду, и потерями $k \int dM$, обусловленными гистерезисом.

Хотя в литературе уже обращалось внимание на неясный физический смысл «энергетических функций» типа $\int M dB_e$ [12, с.2445], модель Джайлса-Атертона продолжает считаться основанной на физических представлениях об энергетическом балансе. В принципе,

можно согласиться с разбиением намагниченности M на компоненты (первое слагаемое в (1) считается обратимой намагниченностью, а второе – необратимой). Однако утверждение о том, что (1) вытекает из (2) не имеет смысла, поскольку не имеет смысла само выражение (2). Можно показать, что интеграл $\int M_{an}(H_e) dB_e$ не выражает энергию, запасаемую в безгистерезисной среде, а при желании строить модель на основе безгистерезисной кривой, выражение (1) следовало бы заменить равенством

$$\int H dB = \int H_{BG}(B) dB + \int H_G(B) dB, \quad (3)$$

что равносильно разбиению поля H на безгистерезисную (H_{BG}) и гистерезисную (H_G) составляющие ($H = H_{BG} + H_G$). Значения H_{BG} и H_G , соответствующие точке 4, показаны на рис. 1 горизонтальными отрезками 5–2 и 2–4.

Следует, однако, заметить, что безгистерезисная кривая не содержит информации о гистерезисных свойствах материала и используется в МДА только в качестве «технологической» основы. Настройка же параметров МДА выполняется, обычно, с учетом формы ППГ данного материала. В ходе настройки должны быть предприняты специальные меры [9] по недопущению отрицательных наклонов кривых намагничивания, появление которых обусловлено «вертикальным» строением МДА. Эти обстоятельства делают использование безгистерезисной кривой нецелесообразным и приводят к идее построения модели по «горизонтальному» принципу, описанному ниже.

Принцип построения модели. Естественной основой предлагаемой модели является предельная петля гистерезиса, снятая экспериментально или построенная с использованием каких-либо аналитических выражений. В любом случае восходящая и нисходящая ветви ППГ описываются сплайнами $H(B)$. При наличии ППГ процесс моделирования начинается с построения кривой возврата первого порядка, то есть кривой, начальная точка которой лежит на ветви ППГ, а предыдущей точкой поворота является вершина предельной петли. Семейство восходящих КВП, построенных с использованием

ем описанной ниже модели, показано на рис. 2, где иллюстрируется применимость модели при любой форме ППГ. Перетянутая петля, показанная на рисунке (ее форма типична для материалов типа перминвар), была предложена в [3] для тестирования моделей. Как видно из рис. 2, построенные кривые соответствуют свойствам экспериментальных КВПП: они не пересекают друг друга, не выходят за пределы ППГ и не имеют отрицательных наклонов.

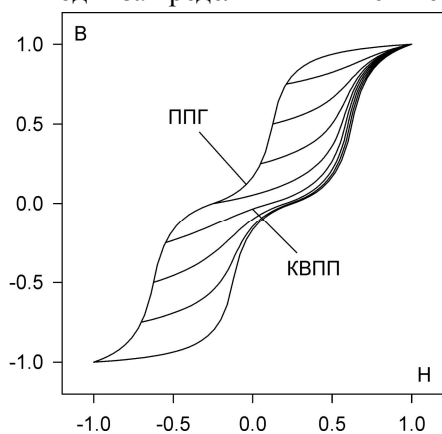


Рис. 2

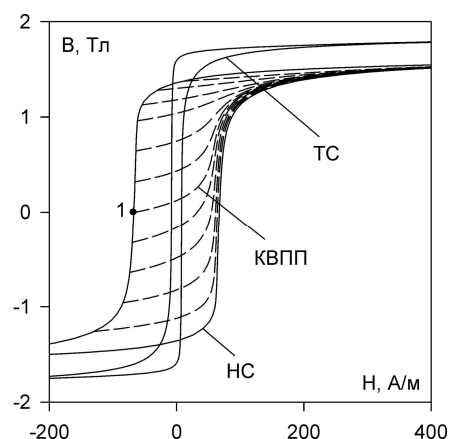


Рис. 3

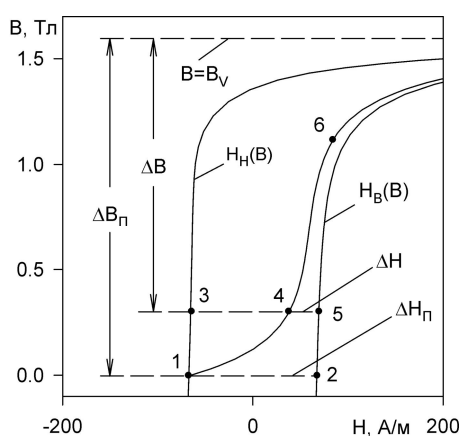


Рис. 4

Заметим, что признаки перетянутости наблюдаются у ППГ большинства электротехнических сталей. Так, ППГ нетекстурированной стали (НС), рассмотренной в [13] (петля НС на рис. 3), имеет максимальную ширину 182 А/м (на уровне 1.44 Тл), тогда как при $B=0$ ширина этой петли равна 134 А/м. Еще большее отличие максимальной и минимальной ширины ППГ (76 А/м и 16 А/м соответственно) имеет место у текстурированной стали (ТС) [13] (кривая ТС на рис. 3).

Способ построения кривой возврата рассмотрим на примере формирования КВПП, исходящей из точки 1 на рис. 3 (фрагмент этой КВПП показан кривой 1–4–6 на рис. 4, где горизонтальная прямая $B = B_V$ проведена на уровне B_V вершины ППГ). Основой для построения любой кривой возврата является охватывающая ее частная петля, называемая далее внешней. Эта петля

хранится в памяти модели в виде сплайнов $H_B(B)$ и $H_H(B)$, представляющих ее восходящую и нисходящую ветви (при построении КВПП $H_B(B)$ и $H_H(B)$ – это восходящая и нисходящая ветви ППГ). Первой операцией алгоритма является определение ширины ΔH_{Π} внешней петли на уровне B_{Π} точки поворота 1 – $\Delta H_{\Pi} = H_B(B_{\Pi}) - H_H(B_{\Pi})$ (на рис. 4 – это длина отрезка 1–2).

Определение текущей координаты H_T каждой точки КВПП, например, точки 4, лежащей на заданном уровне B_T , производится путем определения отступа ΔH точки 4 от точки 5, лежащей на восходящей ветви внешней петли

$$H_T(B_T) = H_B(B_T) - \Delta H(B_T).$$

Очевидно, что отступ $\Delta H(B_T)$ должен уменьшаться с уменьшением расстояния ΔB точки 4 от вершины V внешней петли ($\Delta B = B_V - B_T$). Для сокращения записи введем безразмерную величину $x = \Delta B / \Delta B_{\Pi}$, где $\Delta B_{\Pi} = B_V - B_{\Pi}$ представляет собой удаление точки поворота 1 от вершины V . Положение точки 1 во внешней петле будем характеризовать безразмерным отношением $\beta = \Delta B_{\Pi} / \Delta B_{\text{ВН}}$, где $\Delta B_{\text{ВН}}$ – высота внешней петли (в случае ППГ $\Delta B_{\text{ВН}} = 2B_V$). При рассмотрении экспериментальных КВПП, лежащих в нижней полуплоскости (пунктирные кривые на рис. 3), можно заметить, что эти кривые вначале быстро приближаются к восходящей ветви ППГ, а затем их расстояние от этой ветви уменьшается сравнительно медленно. В связи с этим отступ $\Delta H(B_T)$ можно записать в виде суммы «быстрой» и «медленной» составляющих, представленных пер-

вым и вторым слагаемыми в выражении

$$\Delta H(B_T) = \Delta H_{\Pi}(1 - D) \cdot x \cdot e^{-\alpha(1-x)} + D \cdot \Delta H_{\text{ВН}}(B_T) \cdot x^{\gamma}. \quad (4)$$

Здесь $\Delta H_{ВН}(B_T) = H_B(B_T) - H_H(B_T)$ – ширина внешней петли на уровне B_T (на рис. 4 – это длина отрезка 3–5), а величины D , α и γ – настраиваемые параметры модели.

Поочередная настройка модели на каждую из экспериментальных КВПП, показанных на рис. 3, и последующая аппроксимация полученных значений привела к следующим параметрам выражения (4):

$$D = 0.22(1 - \beta), \quad \gamma = 0.125, \quad \alpha = \Delta B_{II} S, \quad S = 7.73 + 2.76\beta - 28.63\beta^2 + 28.36\beta^3. \quad (5)$$

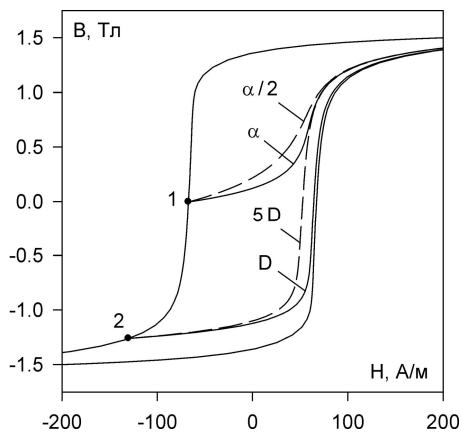


Рис. 5

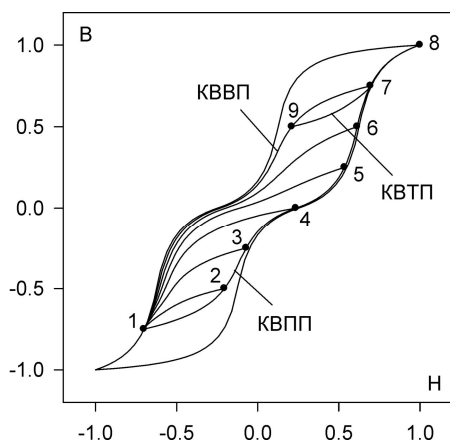


Рис. 6

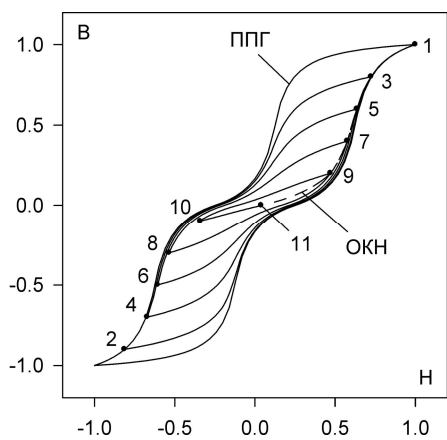


Рис. 7

Настройка выполнялась с учетом того, что уменьшение коэффициента α уменьшает скорость приближения КВПП к внешней петле, а увеличение параметра D отодвигает КВПП от внешней петли (кривые $\alpha/2$ и $5D$ на рис. 5 построены при вдвое уменьшенном α и пятикратно увеличенном D).

Для каждого конкретного материала структура выражения (4) и настройки (5) могут быть уточнены с учетом формы экспериментальных КВПП. Если такие кривые отсутствуют, то формулы (4) и (5) можно использовать в качестве первого приближения. Например, эти выражения были использованы при построении КВПП для перетянутой петли, показанной на рис. 2.

Без каких-либо изменений описанный выше метод используется для построения кривых возврата высших порядков. Например, для нисходящих кривых возврата второго порядка (КВВП), исходящих из точек 2–7 на рис. 6, внешней является петля, образованная КВПП 1-2-3-4-5-6-7-8 и нисходящей ветвью предельной петли. Для восходящей кривой возврата третьего порядка (КВТП) внешней является петля, образованная участком 1-2-3-4-5-6-7 КВПП и КВВП 7-9-1.

На рис. 7 показан процесс размагничивания, начинающийся в точке 1 и заканчивающийся в точке 11. Если, достигнув точки 11, продолжить процесс намагничивания, например, в положительном направлении, то, согласно правилам Маделунга [2], кривая намагничивания последовательно пройдет через все предыдущие точки реверса первого квадранта (точки 9, 7, 5, 3, 1), а замыкающиеся при этом петли будут вытираться из памяти модели. Очевидно, что при увеличении количества точек реверса пунктирная кривая, показанная на рис. 7, приблизится к основной кривой намагничивания (ОКН).

Рассмотренная процедура размагничивания и гистерезисная модель в целом были включены в программу решения (солвер) уравнений Максвелла [123], описывающих переходный процесс в ферромагнитном листе. Динамические кривые намагничивания нетекстурированной стали, рассчитанные для трех различных частот косинусоидального намагничивающего напряжения, показаны на рис. 8. Динамические петли, устанавливающиеся после двух периодов, практически совпадают с петлями, рассчитанными при использовании более сложной модели гистерезиса [1], то есть почти неотличимы от петель, снятых экспериментально [123].

Следует заметить, что статическая модель гистерезиса является наиболее «уязвимым» элементом конечно-разностного солвера. Это объясняется различными законами изменения индукции в различных «слоях» листа (в узлах конечно-разностной сетки) и невозможностью предусмотреть условия, в которых работает модель гистерезиса в каждом из слоев. Поэтому тести-

рование модели в составе солвера явилось дополнительной проверкой ее работоспособности. Интересным представлялось тестирование солвера для случая перетянутой петли гистерезиса. Устой-

чивая работа солвера, включающего предложенную модель, иллюстрируется динамическими петлями, показанными на рис. 9.

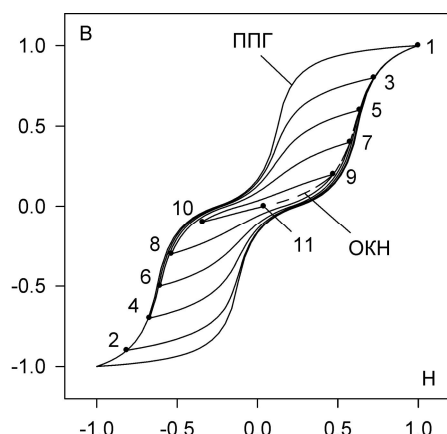


Рис. 8

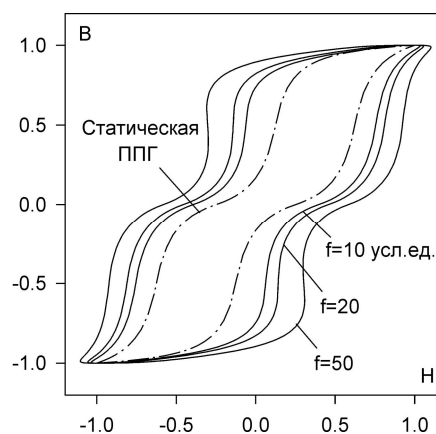


Рис. 9

В заключение обратим внимание на гибкость предлагаемого подхода. В зависимости от имеющихся исходных данных собственно моделирование (предсказание формы кривой намагничивания) может начинаться как с описания предельной петли, так и с построения кривых возврата первого, второго или высших порядков.

Инверсный характер модели не исключает ее использования для формирования кривых $B=f(H)$. Поскольку кривая намагничивания представляется в модели совокупностью точек на плоскости $B-H$, эти точки могут одновременно описываться сплайнами $H(B)$ и $B(H)$.

1. Зирка С.Е., Мороз Ю.И. Алгоритмы моделирование гистерезиса в задачах магнетодинамики // Техн. электродинамика. – 2002. – № 5. – С. 7–13.
2. Зирка С.Е., Мороз Ю.И. Моделирование магнитного гистерезиса на основе обобщенных правил Маделунга. Ч. 1. // Техн. электродинамика. – 1999. – № 1. – С. 22–27.
3. Зирка С.Е., Мороз Ю.И. Моделирование магнитного гистерезиса на основе обобщенных правил Маделунга. Ч. 2. // Техн. электродинамика. – 1999. – № 2. – С. 7–13.
4. Мороз Ю.И., Зирка С.Е., Маркетос Ф., Мозес А. Моделирование динамического перемагничивания нетекстурированных электротехнических сталей // Техн. электродинамика. – 2006. – № 3. – С. 3–8.
5. Benabou A., Clenet S., Piriou F. Adaptation of the frequency dependent Jiles-Atherton model with B as entry variable // Int. Journ. Appl. Electromagn. and Mech. – 2004. – Vol. 19. – № 1–4. – Pp. 187–191.
6. Dupre L.R., Van Keer R., Melkebeek J.A A., Moroz Y.I., Zirka S.E. Hysteresis models for transient simulation // Lecture Notes in Comp. Science and Eng. – 2001. Vol. 18. – Springer. Pp. 105–112.
7. Jiles D.C., Atherton D.L. Theory of ferromagnetic hysteresis // Journ. Magnetism and Magn. Materials. – 1986. – Vol. 61. – P. 48–60.
8. Mayergoyz I.D. Mathematical models of hysteresis. – N. Y.: Springer-Verlag, 1991. – 207 p.
9. Miljavec D., Zidarič B. Introducing a domain flexing function in the Jiles–Atherton hysteresis model // Journ. Magnetism and Magn. Materials. – 2008. – Vol. 320. – Pp.763–768.
10. O'Kelly D. Simulation of transient and steady-state magnetization characteristics with hysteresis // Proc. IEEE. – 1977. – Vol. 124. – № 6. – Pp. 578–582.
11. Takacs J. Mathematics of hysteretic phenomena. – Berlin: Wiley-VCH, 2003. – 161 p.
12. Venkataraman R., Krishnaprasad P.S. Qualitative analysis of a bulk ferromagnetic hysteresis model // Proc. 37th IEEE Conf. Decision & Control, Tampa, USA, 1998. – Pp. 2443–2448.
13. Zirka S.E., Moroz Y.I., Marketos P., Moses A.J. Viscosity-based magnetodynamic model of soft magnetic materials // IEEE Trans. Magn. – 2006. – Vol. 42. – № 9. – Pp. 2121–2132.
14. Zirka S.E., Moroz Y.I., Marketos P., Moses A.J., Jiles D.C., Matsuo T. Generalization of the classical method for calculating dynamic hysteresis loops in grain-oriented electrical steels // IEEE Trans. Magn. – 2008. – Vol. 44. – № 9. – Pp. 2113–2126.

Надійшла 15.12.09