

В.М.Михальський, канд.техн.наук, **В.М.Соболев**, канд.техн.наук, **В.В.Чопик**, **І.А.Шаповал**, канд.техн.наук (Ін-т електродинаміки НАН України, Київ)

КЕРУВАННЯ АВТОНОМНИМИ ІНВЕРТОРАМИ НАПРУГИ ІЗ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯМ МАКСИМАЛЬНОГО КОЕФІЦІЄНТА МОДУЛЯЦІЇ ПРИ НЕСПОТВОРЮЮЧОМУ ФОРМУВАННІ ВИХІДНОЇ НАПРУГИ ЗАСОБАМИ МОДИФІКОВАНОЇ ШІМ

Розглянуто вибір стаціонарних станів ключів автономного інвертора напруги для здійснення ШІМ, порядок їх чергування та визначення відносних тривалостей застосування на циклі модуляції для забезпечення неспотворюючого формування вихідної напруги з максимальним коефіцієнтом використання напруги живлення.

Рассмотрен выбор стационарных состояний ключей автономного инвертора напряжения для осуществления ШИМ, порядок их чередования и определение относительных длительностей применения на цикле модуляции для обеспечения неискажающего формирования выходного напряжения с максимальным коэффициентом использования напряжения питания.

Вступ. Проблеми формування високоякісної вихідної напруги автономних інверторів напруги (АІН) інтенсивно вивчаються спеціалістами у всьому світі, починаючи з другої половини 50-х років минулого століття. Найпоширенішим методом керування АІН є широтно-імпульсна модуляція (ШІМ). Вивченню ШІМ в АІН присвячено багато досліджень, проведених за останні десятиріччя [1–11]. Основні проблеми ШІМ полягають у раціональному виборі стаціонарних станів ключів АІН для використання на періоді (циклі) модуляції, визначенні порядку їх чергування та відносних тривалостей їхнього застосування. Від цього вибору залежить не тільки можливість забезпечення максимального теоретично можливого коефіцієнта модуляції (коефіцієнта використання напруги вхідного джерела живлення АІН), але і якість сформованої вихідної напруги.

Метою статті є визначення та порівняння методів імплементації складових нульової послідовності в модуляційні функції керування ключами АІН для забезпечення неспотворюючого формування вихідної напруги при максимальному коефіцієнті модуляції.

Розглянемо процеси формування вихідної напруги в трьохфазних інверторах напруги з ШІМ. Для того, щоб підкреслити ідентичність фізичних процесів при використанні скалярних та векторних підходів неспотворюючого формування вихідної напруги АІН, на першому етапі будуть визначені і описані всі методи забезпечення максимально можливого коефіцієнта передачі напруги з виведенням відповідних рівнянь та співвідношень з використанням виключно скалярних підходів. Перехід до концепції просторового вектора та отримання за допомогою цієї концепції аналогічних інструментів і методів для формування вихідної напруги в максимально можливому діапазоні без спотворень годографа, описаного кінцем просторового вектора цієї напруги, буде здійснено на наступному етапі досліджень, після чого буде показана тотожність скалярного і векторного формувань вихідної напруги АІН при використанні широтно-імпульсної модуляції.

На рис. 1 показано максимально спрощену схему АІН. На схемі джерело живлення умовно розбивається на дві рівні частини, кожна з яких – $U_{dc}/2$. Така розбивка допомагає в аналізі процесів ШІМ при застосуванні підходів і методів, що дозволяють підвищити коефіцієнт передачі, тобто коефіцієнт використання вхідної напруги U_{dc} для отримання теоретичного максимуму неспотвореної вихідної напруги інвертора [5–8]. Умовний

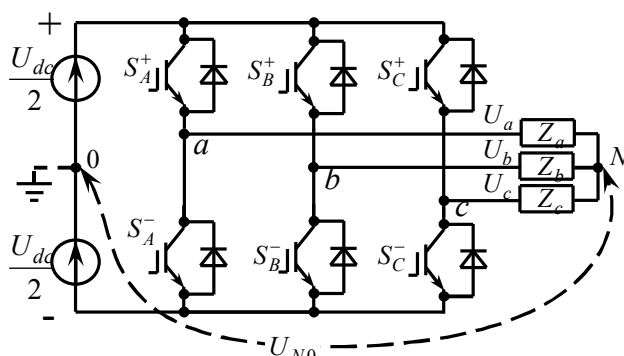


Рис. 1

потенціал точки "0" (рис. 1) ділить різницю потенціалів між позитивною та негативною шинами ланки постійного струму інвертора на дві рівні частини.

© Михальський В.М., Соболев В.М., Чопик В.В., Шаповал І.А., 2010

Інвертор складається з шести повністю керованих двоквADRантних ключів $S_A^+, S_B^+, S_C^+, S_A^-, S_B^-, S_C^-$. Кожен з ключів складається з повністю керованого елемента (транзистора, тиристора, що закривається примусово по управляючому електроду тощо) та зворотного діода, що відкривається і закривається пасивно. Навантаження АІН зображено у вигляді трьох опорів Z_a, Z_b, Z_c , з'єднаних в зірку для зручності розгляду процесів формування вихідних напруг і струмів. Середня точка навантажувальної зірки N має зважений потенціал, який не є фіксованим і залежить від комбінацій увімкнених і розімкнених ключів $S_A^+ \div S_C^-$. Навантаження Z_a, Z_b, Z_c приймаємо однаковими (симетричними) і лінійними, адже вихідна напруга U_{aN}, U_{bN}, U_{cN} формується співвідношеннями опорів навантаження, і найменша несиметрія або нелінійність однозначно вплине на процес формування вихідної напруги.

Розглянемо стаціонарні стани ключів АІН, в яких неможливі аварійні ситуації (наприклад, струми короткого замикання між позитивною та негативною шинами інвертора). Коректні (дозволені) стаціонарні стани ключів передбачають, що в кожній із стійок (поєдновано з'єднані ключі $S_A^+, S_A^-; S_B^+, S_B^-; S_C^+, S_C^-$) один з ключів перебуває у увімкненому стані, а другий – у розімкненому. До дозволених станів можуть належати і такі, в яких обидва ключі розімкнені, а струм навантаження протікає через зворотні діоди, але при розгляді проблем ШІМ ці стани не розглядаються, бо вони є додатковими і дійсними тільки на час перехідного процесу перемикання ключів.

Основних коректних станів ключів АІН є вісім: два нульових (пасивних) – S_0 (000), коли увімкнено ключі S_A^-, S_B^-, S_C^- і всі фази навантаження під'єднано до негативної шини джерела постійного струму $-U_{dc}$, та S_7 (111), в якому увімкнено ключі S_A^+, S_B^+, S_C^+ , а всі фази навантаження під'єднано до позитивної шини джерела постійного струму $+U_{dc}$, і шість ненульових (активних) станів S_1 (100), S_2 (110), S_3 (010), S_4 (011), S_5 (001), S_6 (101).

Використовуючи дані таблиці, можна визначити всі співвідношення між вихідними напругами АІН для кожного зі стаціонарних станів.

	U_{a0}	U_{b0}	U_{c0}	U_{ab}	U_{bc}	U_{ca}	U_{aN}	U_{bN}	U_{cN}	U_{N0}
S_0	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	0	0	0	0	0	0	$-U_{dc}/2$
S_1	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	U_{dc}	0	$-U_{dc}$	$2U_{dc}/3$	$-U_{dc}/3$	$-U_{dc}/3$	$-U_{dc}/6$
S_2	$U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	0	U_{dc}	$-U_{dc}$	$U_{dc}/3$	$U_{dc}/3$	$-2U_{dc}/3$	$U_{dc}/6$
S_3	$-U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}$	U_{dc}	0	$-U_{dc}/3$	$2U_{dc}/3$	$-U_{dc}/3$	$-U_{dc}/6$
S_4	$-U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}$	0	U_{dc}	$-2U_{dc}/3$	$U_{dc}/3$	$U_{dc}/3$	$U_{dc}/6$
S_5	$-U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	0	$-U_{dc}$	U_{dc}	$-U_{dc}/3$	$-U_{dc}/3$	$2U_{dc}/3$	$-U_{dc}/6$
S_6	$U_{dc}/2$	$-U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	U_{dc}	$-U_{dc}$	0	$U_{dc}/3$	$-2U_{dc}/3$	$U_{dc}/3$	$U_{dc}/6$
S_7	$U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	$U_{dc}/2$	0	0	0	0	0	0	$U_{dc}/2$

З можливих варіантів широтно-імпульсної модуляції зупинимось на розгляді найрозповсюдженішого та найпростішого в реалізації – варіанта двосторонньої (симетричної) модуляції.

Опорний сигнал у цьому випадку має рівносторонню трикутну форму, за якої при зміні сигналу завдання обидва фронти вихідних імпульсів $S_A \div S_C$ змінюють своє розташування на півперіодах ШІМ на відміну від односторонньої модуляції, в процесі якої зміна значення сигналів завдання призводить до зміни розташування тільки одного з цих фронтів.

На рис. 2 показано часові діаграми сигналів, пояснюючих функціонування системи керування АІН. Синусоїдальні сигнали заданих вихідних напруг u_{a0}, u_{b0}, u_{c0} порівнюються з опорним сигналом u_{on} , в результаті чого формуються сигнали керування ключами $S_A \div S_C$. На збільшеному фрагменті діаграми S_A, S_B, S_C сірим фоном позначено інтервали часу, протягом яких увімкнено ключі S_A^+, S_B^+, S_C^+ , під'єднані до позитивної шини $+U_{dc}$.

Трифазна система заданих вихідних напруг запишеться таким чином:

$$u_{a0} = u_m \cos \theta; \quad u_{b0} = u_m \cos(\theta - 2\pi/3); \quad u_{c0} = u_m \cos(\theta - 4\pi/3), \quad (1)$$

де u_m – відповідне амплітудне значення синусоїд заданих вихідних напруг; θ – поточний кут на періоді вихідної напруги. У масштабі сигналів завдання прийемо умовно $u_{dc}/2$ як еквівалент $U_{dc}/2$ на рис. 1 та в таблиці. Відношення $u_m/(u_{dc}/2)$ будемо називати коефіцієнтом модуляції m .

Перепишемо (1) у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 u_{a0} &= (u_{dc}/2)m \cos \theta; \\
 u_{b0} &= (u_{dc}/2)m \cos(\theta - 2\pi/3); \\
 u_{c0} &= (u_{dc}/2)m \cos(\theta - 4\pi/3).
 \end{aligned}
 \quad (2)$$

На рис. 2 амплітуда опорного сигналу $(-1 \div +1)$ відповідає значенню $u_{dc}/2$ $(+1 \div +u_{dc}/2; -1 \div -u_{dc}/2)$. Кожний з часових інтервалів $T_s/2$ відповідає половині періоду опорного сигналу і, відповідно, половині періоду ШІМ, адже в зв'язку з тим, що ШІМ двостороння, опорний сигнал двічі за період порівнюється з сигналом кожної із заданих вихідних напруг. Іншими словами, коефіцієнт модуляції є відношенням амплітуди сигналу завдання вихідної напруги до амплітуди опорного сигналу. Зауважимо, що в більшості сучасних реалізацій опорний сигнал та сигнали завдання не існують фізично, це величини, які задаються математично.

Частота ШІМ визначається так: $f_{ШІМ} = 1/T_s$. ШІМ (рис. 2) можна визначити як модуляцію за синусоїдальним законом, позначимо її як СИНШІМ. Максимальне значення вихідної напруги буде отримано, коли амплітуди сигналів u_{a0}, u_{b0}, u_{c0} досягнуть амплітуди опорного сигналу ± 1 , тобто при $m=1$.

З використанням гармонічного аналізу Фур'є визначено, що амплітуда першої гармонічної АІН при роботі в режимі шестикутника дорівнює $U_{1mгекс} = 2U_{dc}/\pi$.

Відношення амплітуди першої гармоніки вихідної напруги до амплітуди $U_{1mгекс}$ називається нормованим індексом:

$$\begin{aligned}
 M &= U_{1m} / U_{1mгекс} = U_{a0} / U_{1mгекс} = \\
 &= (U_{dc}/2) / (2U_{dc}/\pi) = \pi/4 \approx 0,785.
 \end{aligned}$$

Таким чином, при використанні СИНШІМ максимально досяжним значенням M при несповторюючому формуванні вихідної напруги є 0,785.

Виходячи з рівняння (2), запишемо вирази для лінійних вихідних напруг АІН:

$$U_{ab} = \sqrt{3}(U_{dc}/2)m \cos(\theta + \pi/6); \quad U_{bc} = \sqrt{3}(U_{dc}/2)m \cos(\theta - \pi/2); \quad U_{ca} = \sqrt{3}(U_{dc}/2)m \cos(\theta + 5\pi/6). \quad (3)$$

Амплітудні значення лінійних напруг при $m=1$ дорівнюють $(\sqrt{3}/2)U_{dc}$. Для порівняння можна нагадати, що в однофазному мостовому інверторі $U_{вих.л} = U_{dc}m \cos \theta$, з чого робимо висновок, що з (2) та (3) маємо недовикористання вхідної напруги U_{dc} при формуванні вихідних напруг на коефіцієнт $U_{dc}/(U_{dc}\sqrt{3}/2) = 2/\sqrt{3} \approx 1,1547$. Повний період вихідної напруги АІН при несповторюючому формуванні її із застосуванням СИНШІМ для максимально можливого значення $m=1$ показано на рис. 3, а, де часові діаграми заданих вихідних напруг відповідають часовим діаграмам на рис. 2. Якщо умовно розбити період вихідної частоти на шість інтервалів тривалістю $\pi/3$, то виявляється, що період ШІМ (опорного сигналу), показаний на рис. 2 у збільшеному масштабі, розташовується на інтервалі І (рис. 3, а). Складається цей період з двох півперіодів, кожен з яких можна визначити так: $T_s/2 = T_0/2 + T_1/2 + T_2/2 + T_7/2$.

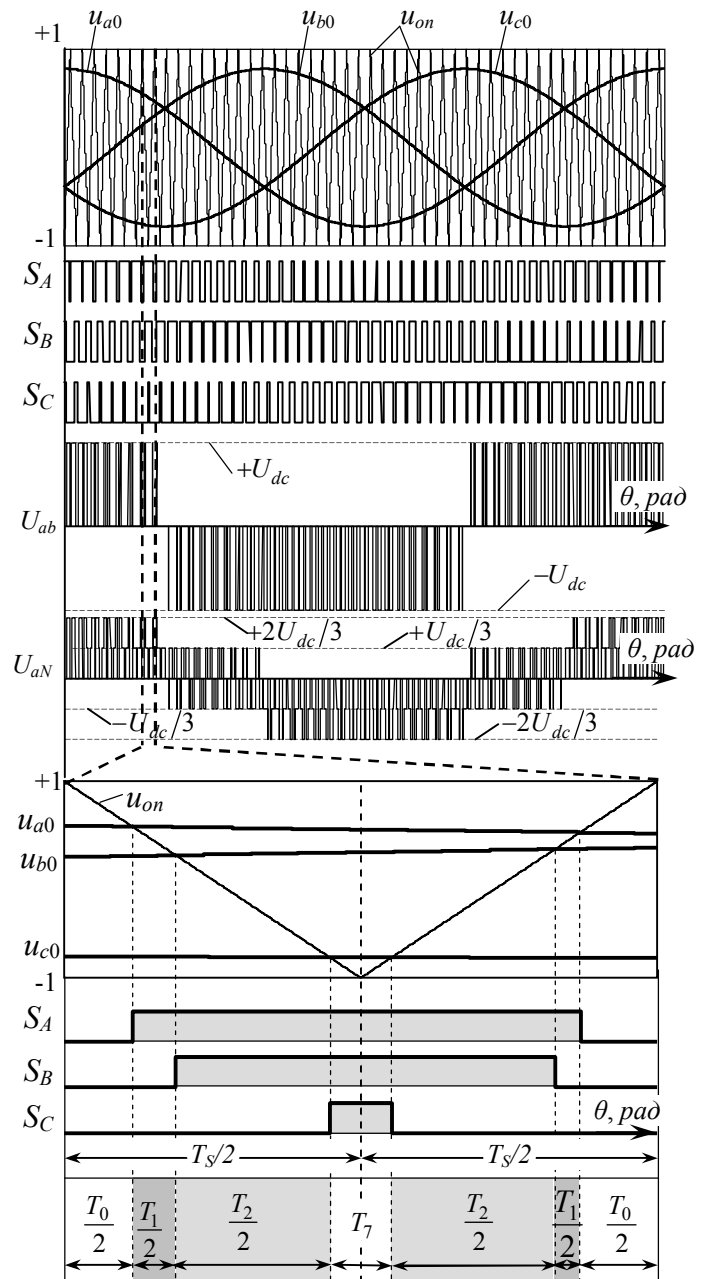


Рис. 2

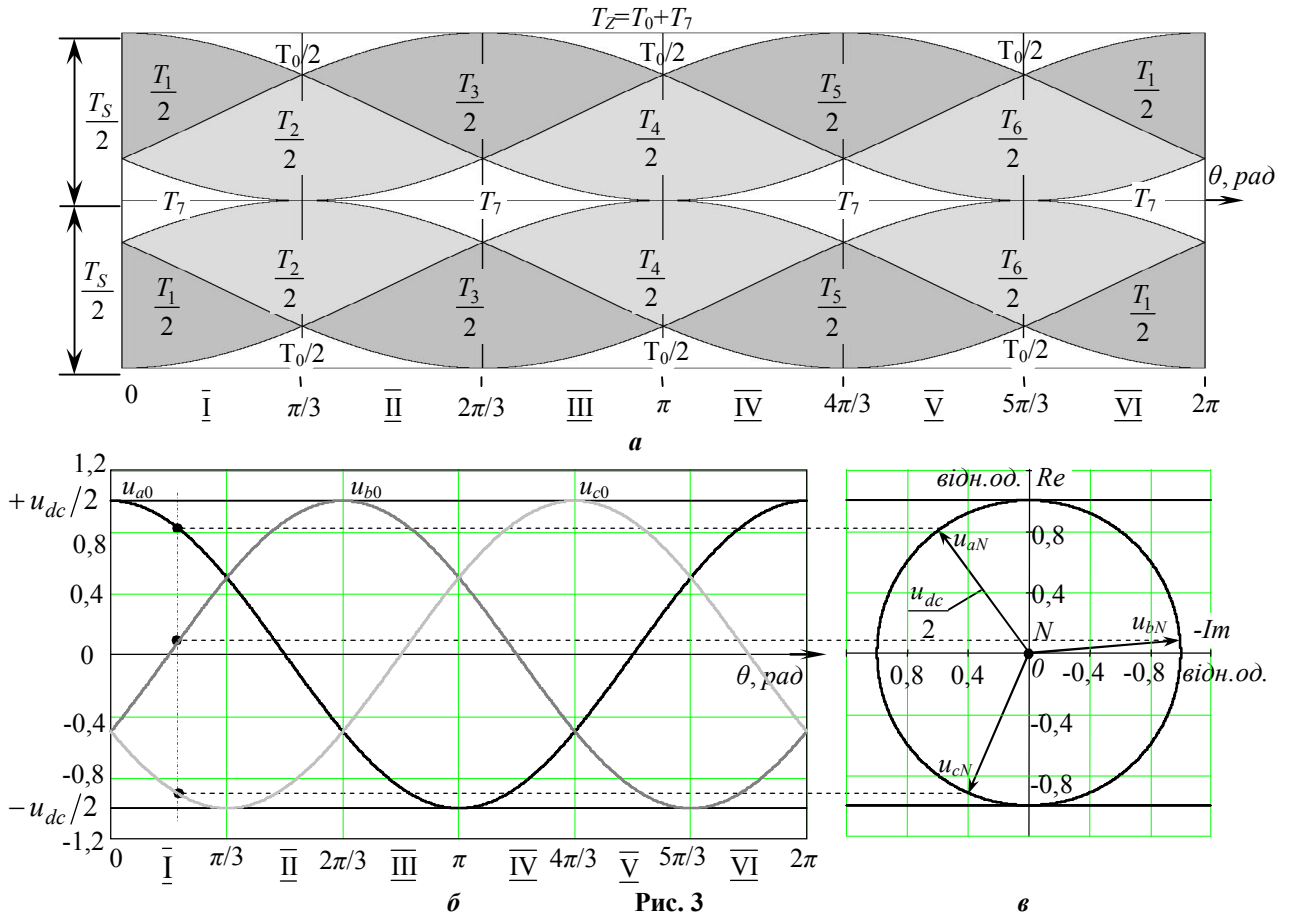


Рис. 3

Для повного періоду сектори:

$$\begin{aligned}
 \text{I} - T_S &= T_0 + T_1 + T_2 + T_7; & \text{II} - T_S &= T_0 + T_2 + T_3 + T_7; & \text{III} - T_S &= T_0 + T_3 + T_4 + T_7; \\
 \text{IV} - T_S &= T_0 + T_4 + T_5 + T_7; & \text{V} - T_S &= T_0 + T_5 + T_6 + T_7; & \text{VI} - T_S &= T_0 + T_6 + T_1 + T_7.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Таким чином, $T_S, T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_0, T_7$ – це абсолютні тривалості стаціонарних станів АІН.

Використовуючи рис. 2 та рис. 3, а, запишемо вирази для абсолютних тривалостей стаціонарних станів АІН при застосуванні СИНШІМ:

$$T_0 = \frac{T_S}{2} \left\{ \begin{aligned} &1 - m \cos \theta, & \theta \in [0 \div \pi/3] \cup [5\pi/3 \div 2\pi] \\ &1 + m \cos(\theta + \pi/3), & \theta \in [\pi/3 \div \pi] \\ &1 + m \cos(\theta - \pi/3), & \theta \in [\pi \div 5\pi/3] \end{aligned} \right\}, T_7 = \frac{T_S}{2} \left\{ \begin{aligned} &1 - m \cos(\theta - \pi/3), & \theta \in [0 \div 2\pi/3] \\ &1 + m \cos \theta, & \theta \in [2\pi/3 \div 4\pi/3] \\ &1 - m \cos(\theta + \pi/3), & \theta \in [4\pi/3 \div 2\pi] \end{aligned} \right\} \tag{5,6}$$

$$T_1 = \frac{T_S}{2} \left\{ \begin{aligned} &u_{a0} - u_{b0}, & \theta \in [0 \div \pi/3] \\ &u_{a0} - u_{c0}, & \theta \in [5\pi/3 \div 2\pi] \end{aligned} \right\} = \frac{\sqrt{3}}{2} m T_S \left\{ \begin{aligned} &\cos(\pi/6 + \theta), & \theta \in [0 \div \pi/3] \\ &\cos(11\pi/6 + \theta), & \theta \in [5\pi/3 \div 2\pi] \end{aligned} \right\}, \tag{7}$$

$$T_2 = \frac{T_S}{2} \left\{ \begin{aligned} &u_{b0} - u_{c0}, & \theta \in [0 \div \pi/3] \\ &u_{a0} - u_{c0}, & \theta \in [\pi/3 \div 2\pi/3] \end{aligned} \right\} = \frac{\sqrt{3}}{2} m T_S \left\{ \begin{aligned} &\cos(3\pi/2 + \theta), & \theta \in [0 \div \pi/3] \\ &\cos(11\pi/6 + \theta), & \theta \in [\pi/3 \div 2\pi/3] \end{aligned} \right\}, \tag{8}$$

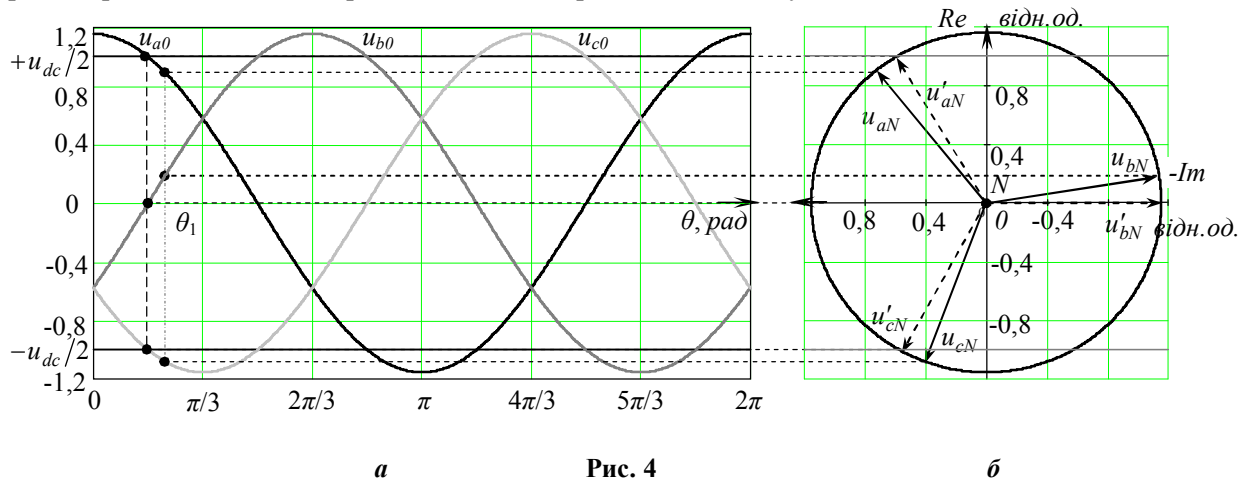
$$T_3 = \frac{T_S}{2} \left\{ \begin{aligned} &u_{b0} - u_{a0}, & \theta \in [\pi/3 \div 2\pi/3] \\ &u_{b0} - u_{c0}, & \theta \in [2\pi/3 \div \pi] \end{aligned} \right\} = \frac{\sqrt{3}}{2} m T_S \left\{ \begin{aligned} &\cos(7\pi/6 + \theta), & \theta \in [\pi/3 \div 2\pi/3] \\ &\cos(3\pi/2 + \theta), & \theta \in [2\pi/3 \div \pi] \end{aligned} \right\}, \tag{9}$$

$$T_4 = \frac{T_S}{2} \left\{ \begin{aligned} &u_{c0} - u_{a0}, & \theta \in [2\pi/3 \div \pi] \\ &u_{b0} - u_{a0}, & \theta \in [\pi \div 4\pi/3] \end{aligned} \right\} = \frac{\sqrt{3}}{2} m T_S \left\{ \begin{aligned} &\cos(5\pi/6 + \theta), & \theta \in [2\pi/3 \div \pi] \\ &\cos(7\pi/6 + \theta), & \theta \in [\pi \div 4\pi/3] \end{aligned} \right\}, \tag{10}$$

$$T_5 = \frac{T_S}{2} \begin{cases} u_{c0} - u_{b0}, & \theta \in [\pi \div 4\pi/3] \\ u_{c0} - u_{a0}, & \theta \in [4\pi/3 \div 5\pi/3] \end{cases} = \frac{\sqrt{3}}{2} m T_S \begin{cases} \cos(\pi/2 + \theta), & \theta \in [\pi \div 4\pi/3] \\ \cos(5\pi/6 + \theta), & \theta \in [4\pi/3 \div 5\pi/3] \end{cases}, \quad (11)$$

$$T_6 = \frac{T_S}{2} \begin{cases} u_{a0} - u_{b0}, & \theta \in [4\pi/3 \div 5\pi/3] \\ u_{c0} - u_{b0}, & \theta \in [5\pi/3 \div 2\pi] \end{cases} = \frac{\sqrt{3}}{2} m T_S \begin{cases} \cos(\pi/6 + \theta), & \theta \in [4\pi/3 \div 5\pi/3] \\ \cos(\pi/2 + \theta), & \theta \in [5\pi/3 \div 2\pi] \end{cases}. \quad (12)$$

Розглянемо процес формування вихідних напруг АІН u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} при застосуванні СИНШІМ (рис. 3, б, в). Часові діаграми u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} на рис. 3, б показують криві миттєвих значень заданих вихідних напруг у масштабі $u_{dc}/2 \div -u_{dc}/2$ (маються на увазі перші гармоніки цих напруг без урахування високочастотних складових з частотою ШІМ та похідних частот від неї). При досягненні модуляційним індексом значення $m=1$ амплітуди кривих u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} досягають значення $u_{dc}/2$. На рис. 3, в показано діаграму векторів миттєвих значень заданих напруг на навантаженні u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} (положення векторів на рисунку відповідає значенню кута θ у секторі $0 \div \pi/3$). Обертаючися з вихідною частотою АІН проти годинникової стрілки навколо точки "N", вектори u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} своїми проекціями на вісь ординат (в нашому випадку вісь Re комплексної площини) формують криві миттєвих значень вихідних напруг (рис. 3, б, в). Якщо підвищити коефіцієнт модуляції $m > 1$, наприклад, до значення $m = 2/\sqrt{3}$, на яке (з наших попередніх міркувань) недовикористовується при СИНШІМ напруга живлення інвертора, то починається спотворення кривих миттєвих значень перших гармонічних напруг u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} , адже перевищення ними рівнів $+u_{dc}/2$, $-u_{dc}/2$ фізично неможливо (таблиця.). З діаграм на рис. 4 видно, що, якщо приблизно посередині першого інтервалу $0 \div \pi/3$ система трифазних напруг на навантаженні u'_{aN} , u'_{bN} , u'_{cN} "вписується" в потенціальний коридор, заданий джерелом живлення, то вже система u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} виходить за рамки цього коридору, бо миттєве значення фази u_{cN} для збереження кривої його першої гармонічної неспотвореною повинно перевищити за модулем значення $-u_{dc}/2$, що неможливо.



Неважно помітити, що існує можливість розташування трифазної системи векторів u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} в межах потенціального коридору між $+u_{dc}/2$ і $-u_{dc}/2$ без зменшення їх модулів та фазового кута $2\pi/3$ між ними. Для кута θ_1 (рис. 4, а), що відповідає векторам u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} на рис. 4, б, необхідно перемістити нуль трифазної векторної системи вгору по осі Re , не змінюючи взаємного розташування векторів. Зміщуючи на інтервалі $\pi/6 < \theta < \pi/2$ векторну систему вгору по осі Re , "втягуємо" криву u_{c0} (рис. 5, а) в границі потенціального коридору $-u_{dc}/2 \div +u_{dc}/2$, як і кінець вектора u_{cN} на рис. 5, б.

Виходячи з цієї ж логіки, на інтервалі $\pi/2 < \theta < 5\pi/6$ необхідно за залежністю, близькою до синусоїдальної, зміщувати нульову точку N вниз по осі Re , "втягуючи" в потенціальний коридор криву u_{b0} та кінець вектора u_{bN} . На інтервалі $5\pi/6 < \theta < 7\pi/6$ точка N зміщується вгору, нормалізуючи криву u_{a0} та кінець вектора u_{aN} . Таким чином, можна визначити нижню амплітудну границю області існування деяких функцій, які, будучи доданими до заданих модуляційних функцій u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} , "втягнуть" ці функції в межі потенціального коридору $-u_{dc}/2 \div +u_{dc}/2$, що забезпечить неспотворююче формування вихідних напруг на фазах навантаження u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} .

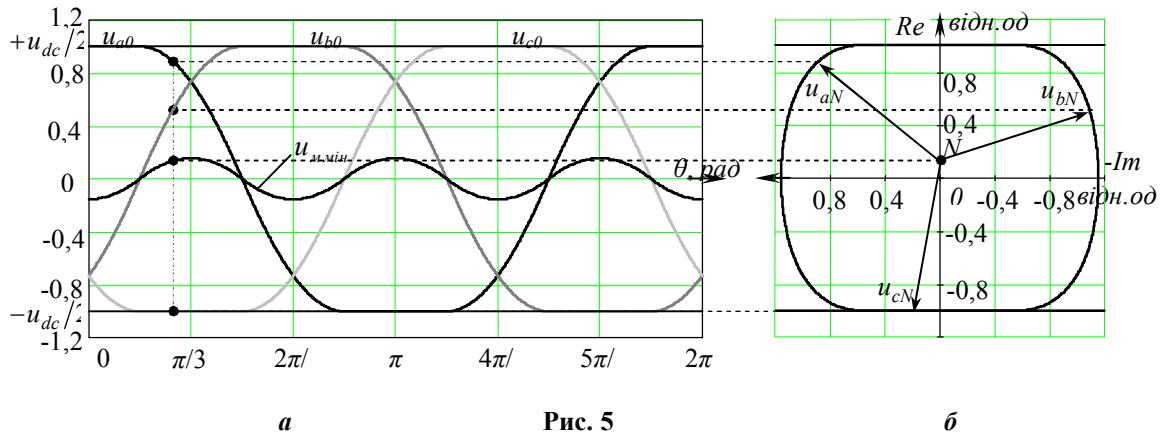


Рис. 5

Для того, щоб зафіксувати амплітуди модифікованих модуляційних функцій u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} на границях потенціального коридору $-u_{dc}/2 \div +u_{dc}/2$, мінімальні значення підмодулюючої функції повинно дорівнювати:

$$u_{\text{мін}} = \left. \begin{cases} 1 - m \cos \theta, & \theta \in [0 \div \pi/6], [11\pi/6 \div 2\pi] \\ -1 - m \cos(\theta - 4\pi/3), & \theta \in [\pi/6 \div \pi/2] \\ 1 - m \cos(\theta - 2\pi/3), & \theta \in [\pi/2 \div 5\pi/6] \\ -1 - m \cos \theta, & \theta \in [5\pi/6 \div 7\pi/6] \\ 1 - m \cos(\theta - 4\pi/3), & \theta \in [7\pi/6 \div 3\pi/2] \\ -1 - m \cos(\theta - 2\pi/3), & \theta \in [3\pi/2 \div 11\pi/6] \end{cases} \right\}. \quad (13)$$

Тоді: $u_{a0} = m \cos \theta + u_{\text{мін}}$; $u_{b0} = m \cos(\theta - 2\pi/3) + u_{\text{мін}}$; $u_{c0} = m \cos(\theta - 4\pi/3) + u_{\text{мін}}$. (14)

Визначимо, до якої межі допустимо збільшувати амплітуду підмодулюючої функції для того, щоб реалізувати максимальний коефіцієнт модуляції $m = 2/\sqrt{3}$, забезпечуючи режим неспотворюючого формування вихідної напруги. Порівнюючи часові діаграми напруг u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} на рис. 5, а та рис. 6, а, можна визначити, що якщо на рис. 5, а підмодулююча функція $u_{\text{мін}}$ забезпечує розташування кожної з кривих u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} на границях зони формування ($-u_{dc}/2$ та $+u_{dc}/2$) з формуванням плоских вершин функцій, то на рис. 6, а функція $u_{\text{макс}}$ за рахунок більшої амплітуди "втягує" вершини функцій значно ближче до середини потенціального коридору, аж поки точки перетину двох сусідніх функцій u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} (так звані точки "природної комутації") не змістяться на лінії $+u_{dc}/2$ та $-u_{dc}/2$.

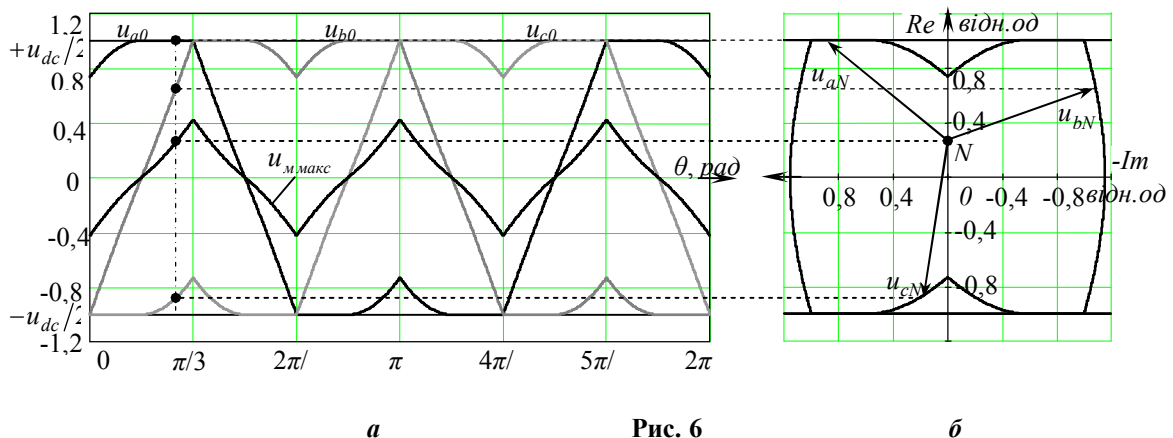


Рис. 6

Нульова точка трифазної системи напруг на навантаженні N зміщується по осі Re діаграми на рис. 6, б за законом, заданим підмодулюючою функцією $u_{\text{макс}}$, траєкторія переміщення кінців векторів миттєвих напруг u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} набуває складної форми, яка дозволяє зберігатися в неспотвореному вигляді системі фазних напруг на навантаженні в будь-який момент часу (для всіх кутів θ на періоді вихідної напруги 2π). Вираз для максимальної за амплітудою підмодулюючої функції запишеться так:

$$u_{m, \max} = \left. \begin{cases} -1 - m \cos(\theta - 4\pi/3), & \theta \in [0 \div \pi/6], [\pi/2 \div 3\pi/2] \\ 1 - m \cos \theta, & \theta \in [\pi/6 \div \pi/3], [5\pi/3 \div 11\pi/6] \\ 1 - m \cos(\theta - 2\pi/3), & \theta \in [\pi/3 \div \pi/2], [5\pi/6 \div \pi] \\ -1 - m \cos \theta, & \theta \in [2\pi/3 \div 5\pi/6], [7\pi/6 \div 4\pi/3] \\ 1 - m \cos(\theta - 4\pi/3), & \theta \in [\pi \div 7\pi/6], [3\pi/2 \div 5\pi/3] \\ -1 - m \cos(\theta - 2\pi/3), & \theta \in [4\pi/3 \div 3\pi/2], [11\pi/6 \div 2\pi] \end{cases} \right\}, \quad (15)$$

а модуляційні функції u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} для цієї модуляції

$$u_{a0} = m \cos \theta + u_{m, \max}; \quad u_{b0} = m \cos(\theta - 2\pi/3) + u_{m, \max}; \quad u_{c0} = m \cos(\theta - 4\pi/3) + u_{m, \max}. \quad (16)$$

Таким чином, визначено верхню та нижню амплітудні границі (13), (15) області існування підмодулюючих функцій, які забезпечують максимальний теоретично можливий коефіцієнт модуляції при формуванні неспотвореної системи вихідних напруг АІН. Всі складові цих функцій є складовими нульової послідовності по відношенню до вихідної частоти, адже частоти цих складових кратні трьом.

Розглянемо закони формування підмодулюючих функцій, виходячи з таблиці та схеми на рис. 1. Якщо ототожнити задані напруги зі сформованими, то можна зробити висновок, що підмодулюючі функції (14), (16), на величину яких, власне, відрізняються між собою u_{a0} і u_{aN} , u_{b0} і u_{bN} , u_{c0} і u_{cN} , то-тожні напругам U_{N0} , що складають різницю між сформованими вхідними напругами АІН U_{a0} і U_{aN} , U_{b0} і U_{bN} , U_{c0} і U_{cN} . У масштабі сигналів завдання приймемо умовно u_{N0} як еквівалент U_{N0} .

Виходячи з (4), (5) та використовуючи таблицю, запишемо вирази для шести секторів періоду вихідної напруги (рис. 3):

$$\begin{aligned} \text{I} - u_{N0} &= \frac{1}{T_S} \left(-\frac{u_{dc}}{2} T_0 - \frac{u_{dc}}{6} T_1 + \frac{u_{dc}}{6} T_2 + \frac{u_{dc}}{2} T_7 \right) = \frac{u_{dc}}{2T_S} \left(-T_0 - \frac{T_1}{3} + \frac{T_2}{3} + T_7 \right); \\ \text{II} - u_{N0} &= u_{dc}/2T_S (-T_0 + T_2/3 - T_3/3 + T_7); \quad \text{III} - u_{N0} = u_{dc}/2T_S (-T_0 - T_3/3 + T_4/3 + T_7); \\ \text{IV} - u_{N0} &= u_{dc}/2T_S (-T_0 + T_4/3 - T_5/3 + T_7); \quad \text{V} - u_{N0} = u_{dc}/2T_S (-T_0 - T_5/3 + T_6/3 + T_7); \\ \text{VI} - u_{N0} &= u_{dc}/2T_S (-T_0 + T_6/3 - T_1/3 + T_7). \end{aligned} \quad (17)$$

Звернімо увагу, що кожна підмодулююча функція формується зі складових, залежних від тривалостей активних стаціонарних станів $T_1 \div T_6$, та таких, що залежать від тривалостей нульових стаціонарних станів T_0 та T_7 , причому "внесок" від $T_1 \div T_6$ незмінний для всіх алгоритмів модуляції, а "внесок" від T_0 , T_7 змінюється від алгоритму до алгоритму, тобто співвідношення T_0 і T_7 на циклі ШІМ та в секторах вихідної напруги АІН і задає, власне, стратегію модуляції, яка, в свою чергу, визначає як забезпечення максимального "неспотворюючого" коефіцієнта модуляції, так і якість вихідної напруги.

Задані лінійні напруги на виході АІН та значення відносних тривалостей застосування активних стаціонарних станів пов'язані такими залежностями:

$$u_{ab} = u_{dc} T_1 / T_S; \quad u_{bc} = u_{dc} T_2 / T_S; \quad u_{ca} = u_{dc} (T_1 + T_2) / T_S. \quad (18)$$

Повертаючись до формування підмодулюючих функцій, визначимося з можливими типами (стратегіями) підмодуляції. Як було показано, при застосуванні модуляції СИНШІМ (рис. 3) підмодулююча функція дорівнює нулю, напруги u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} не деформуються примусово для того, щоб у діапазоні регулювання коефіцієнта модуляції $1 \leq m \leq 2/\sqrt{3}$ не виходити за межі потенціального коридору $-u_{dc}/2 \div +u_{dc}/2$, що і обумовлює обмеження діапазону неспотворюючого формування для цієї модуляції значенням $m=1$.

Очевидно, що максимальний теоретично можливий $m=2/\sqrt{3}$ зможуть забезпечити всі підмодулюючі функції, графіки яких будуть знаходитися між кривими $u_{m, \min}$ (13) та $u_{m, \max}$ (15), включаючи самі ці криві. Покажемо формування підмодулюючої функції з почерговим використанням функцій $u_{m, \min}$ та $u_{m, \max}$. На рис. 7 показано чергування стаціонарних станів ключів, часові діаграми напруг u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} , u_{aN} , функції u_{N00} та векторні діаграми миттєвих значень сигналів завдання напруг на фазах навантаження u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} . Функція u_{N00} і є результатом почергового використання функцій $u_{m, \min}$ та $u_{m, \max}$.

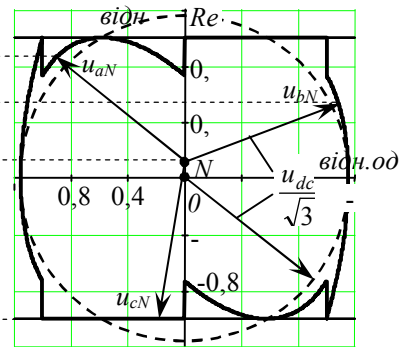
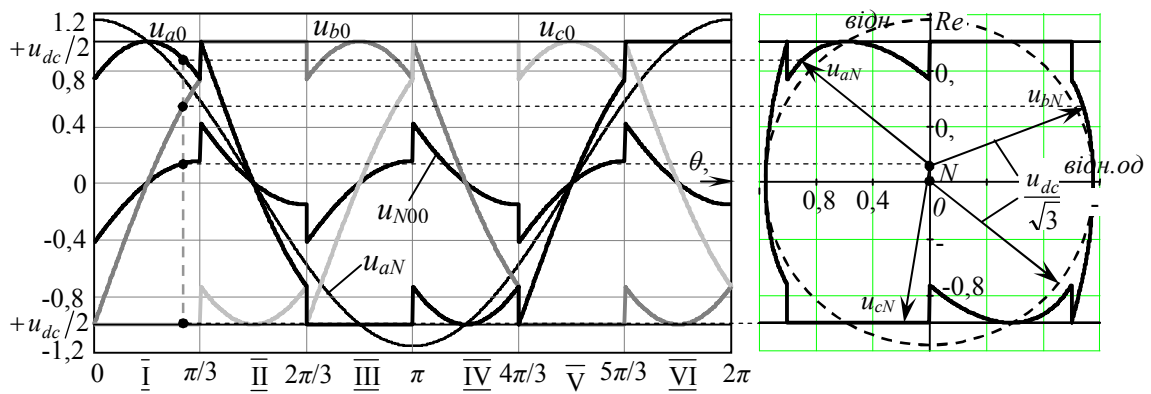
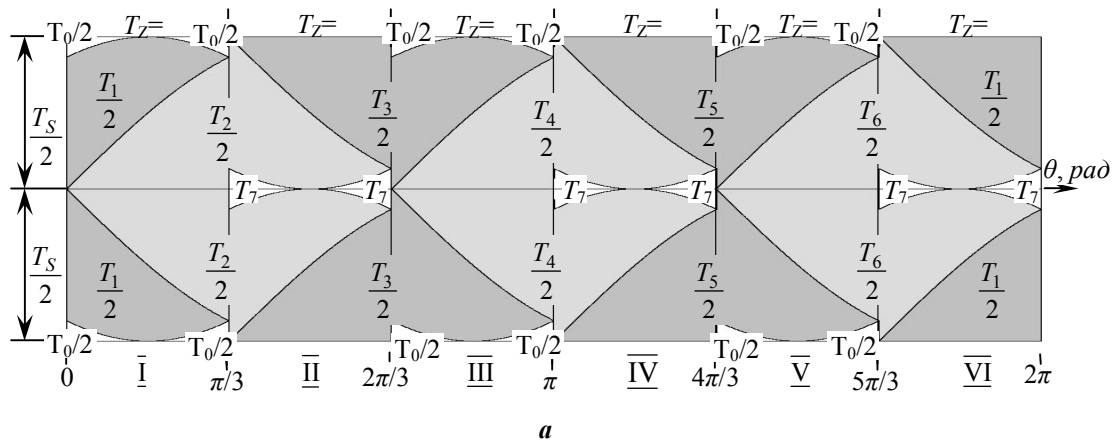


Рис. 7

Визначимо таку перервну ШІМ як ПШІМ0 [7,10]. Відмінною рисою її є виключне використання нульової складової T_0 на інтервалах $0 < \theta < \pi/3$, $2\pi/3 < \theta < \pi$, $4\pi/3 < \theta < 5\pi/3$ та складової T_7 на інтервалах $\pi/3 < \theta < 2\pi/3$, $\pi < \theta < 4\pi/3$, $5\pi/3 < \theta < 2\pi$ (рис. 7, а). Для визначення складових $T_1 \div T_6$ використовуються рівняння (7) – (12), що є універсальними для всіх методів підмодуляції, а для обчислення складових T_0, T_7 використано такі співвідношення:

$$T_0 = T_S \begin{cases} 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} m \cos\left(\theta + \frac{5\pi}{6}\right), \theta \in \left[0 \div \frac{\pi}{3}\right], \\ 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} m \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right), \theta \in \left[\frac{2\pi}{3} \div \pi\right], \\ 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} m \cos\left(\theta + \frac{3\pi}{2}\right), \theta \in \left[\frac{4\pi}{3} \div \frac{5\pi}{3}\right], \\ 0, \theta \in \left[\frac{\pi}{3} \div \frac{2\pi}{3}\right] \cup \\ \cup \left[\pi \div \frac{4\pi}{3}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{3} \div 2\pi\right], \end{cases} \quad T_7 = T_S \begin{cases} 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} m \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right), \theta \in \left[\frac{\pi}{3} \div \frac{2\pi}{3}\right], \\ 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} m \cos\left(\theta + \frac{11\pi}{6}\right), \theta \in \left[\pi \div \frac{4\pi}{3}\right], \\ 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} m \cos\left(\theta + \frac{7\pi}{6}\right), \theta \in \left[\frac{5\pi}{3} \div 2\pi\right], \\ 0, \theta \in \left[0 \div \frac{\pi}{3}\right] \cup \\ \cup \left[\frac{2\pi}{3} \div \pi\right] \cup \left[\frac{4\pi}{3} \div \frac{5\pi}{3}\right]. \end{cases} \quad (19,20)$$

При реалізації на інтервалах $-\pi/6 < \theta < \pi/6$, $\pi/2 < \theta < 5\pi/6$, $7\pi/6 < \theta < 3\pi/2$ тільки нульової складової T_7 , а на інтервалах $\pi/6 < \theta < \pi/2$, $5\pi/6 < \theta < 7\pi/6$, $3\pi/2 < \theta < -\pi/6$ – тільки складової T_0 підмодулююча функція буде відповідати модуляції з використанням u_{\min} (рис. 5). Таку перервну модуляційну функцію позначимо як ПШІМ1 [7].

Перервна модуляційна функція, при реалізації якої на інтервалах $\pi/3 < \theta < 2\pi/3$, $\pi < \theta < 4\pi/3$, $5\pi/3 < \theta < 2\pi$ нульова складова реалізується виключно за рахунок T_0 , а на інтервалах $0 < \theta < \pi/3$, $2\pi/3 < \theta < \pi$, $4\pi/3 < \theta < 5\pi/3$ – за рахунок T_7 , визначається як ПШІМ2.

У випадку використання на інтервалах $-\pi/6 < \theta < \pi/6$, $\pi/2 < \theta < 5\pi/6$, $7\pi/6 < \theta < 3\pi/2$ тільки

складової T_0 , а на інтервалах $\pi/6 < \theta < \pi/2$, $5\pi/6 < \theta < 7\pi/6$, $3\pi/2 < \theta < -\pi/6$ – тільки складової T_7 , модуляція здійснюватиметься з додаванням до модуляційної функції $u_{\text{макс}}$ (рис. 6). Така модуляція визначається як ПШМЗ.

Перервна модуляційна функція, при реалізації якої протягом всього періоду вихідної напруги як нульова використовується виключно складова T_7 , визначається як ПШММАКС [7], а функцію, при реалізації якої використовується тільки складова T_0 , визначаємо як ПШММІН.

Тривалості $T_1 \div T_6$ активних складових при реалізації всіх ПШМ-функцій визначаються за спільними рівняннями (7) – (12), а складові T_0 , T_7 обраховані для кожного методу підмодуляції індивідуально і не наводяться тут тільки за браком журнальної площі.

Для того, щоб виділити і підкреслити спільні правила у формуванні всіх розглянутих перервних підмодулюючих функцій, на рис. 8 показано часові діаграми одного періоду цих функцій при максимальному коефіцієнті модуляції $2/\sqrt{3}$. На рисунку пунктирним лініям відповідає нижня границя області існування множини підмодулюючих функцій для неспотворюючого формування вихідної напруги АІН, тонкими суцільними лініями позначено верхню границю вказаної області, а потовщеними суцільними лініями – діаграми відповідних перервних підмодулюючих функцій при $m=2/\sqrt{3}$: рис. 8, а – ПШМ0, б – ПШМ1, в – ПШМ2, г – ПШМ3, д – ПШММАКС, е – ПШММІН.

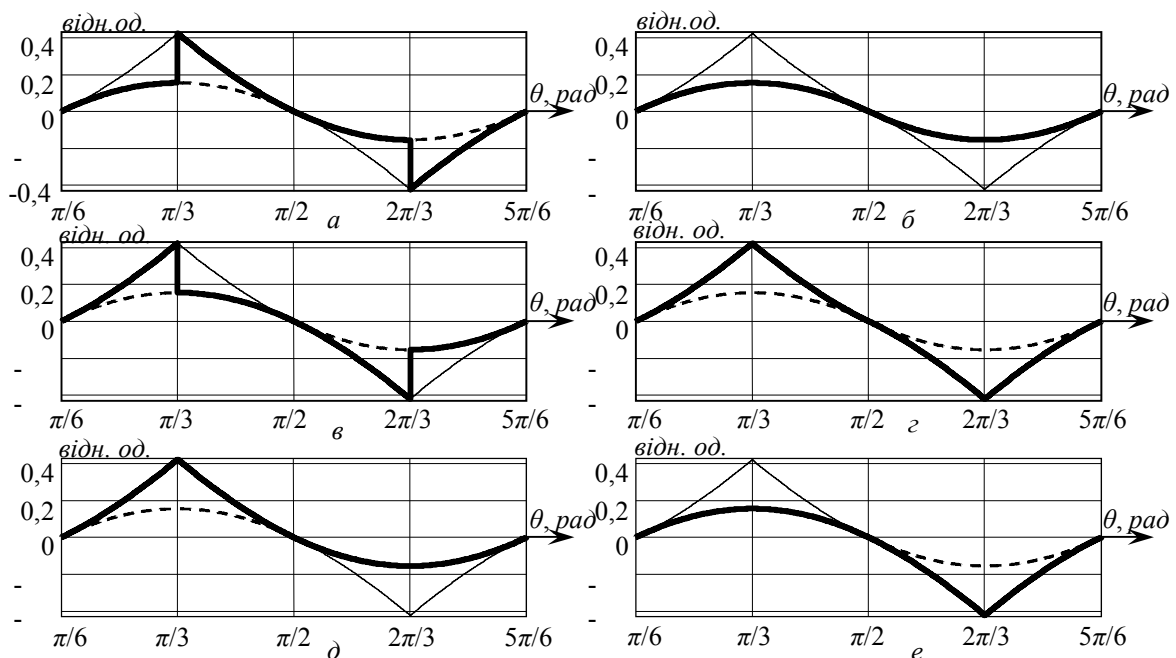


Рис. 8

Діаграми функцій ПШМ1 та ПШМ3, з розгляду яких почато це дослідження, повністю співпадають із згаданими нижньою та верхньою границями відповідно. Всі інші ПШМ-функції є комбінаціями почергового використання цих граничних функцій на періоді вихідної напруги АІН.

Існує можливість формування симетричної підмодулюючої функції шляхом ділення на дві рівні частини тривалості T_7 (ПШММАКС) чи тривалості T_0 (ПШММІН) для кожного циклу модуляції. Визначатиметься ця функція виключно складовими $T_1 \div T_6$, так як $T_0=T_7$ і вони взаємокомпенсуються. Визначимо цю симетричну перервну функцію як ВШМ. На рис. 9 показано чергування стаціонарних станів, часові діаграми напруг u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} , u_{aN} , підмодулюючої функції $u_{\text{новшм}}$ та векторні діаграми сигналів завдання напруг на навантаженні. Крива $u_{\text{новшм}}$ ділить область існування підмодулюючих функцій, придатних для неспотворюючого формування вихідної напруги, на дві рівні частини (рис. 8). Ця обставина наділяє ВШМ деякими особливими властивостями, адже розташування в геометричній середині згаданої області дозволяє "захистити" цю функцію від випадкового (вимушеного чи невимушеного) виходу за границі цієї області, що призводило б до спотворень формованої вихідної напруги АІН. Прикладами такого виходу за границі можуть бути пульсації напруги живлення, неточність в завданні коефіцієнта модуляції тощо.

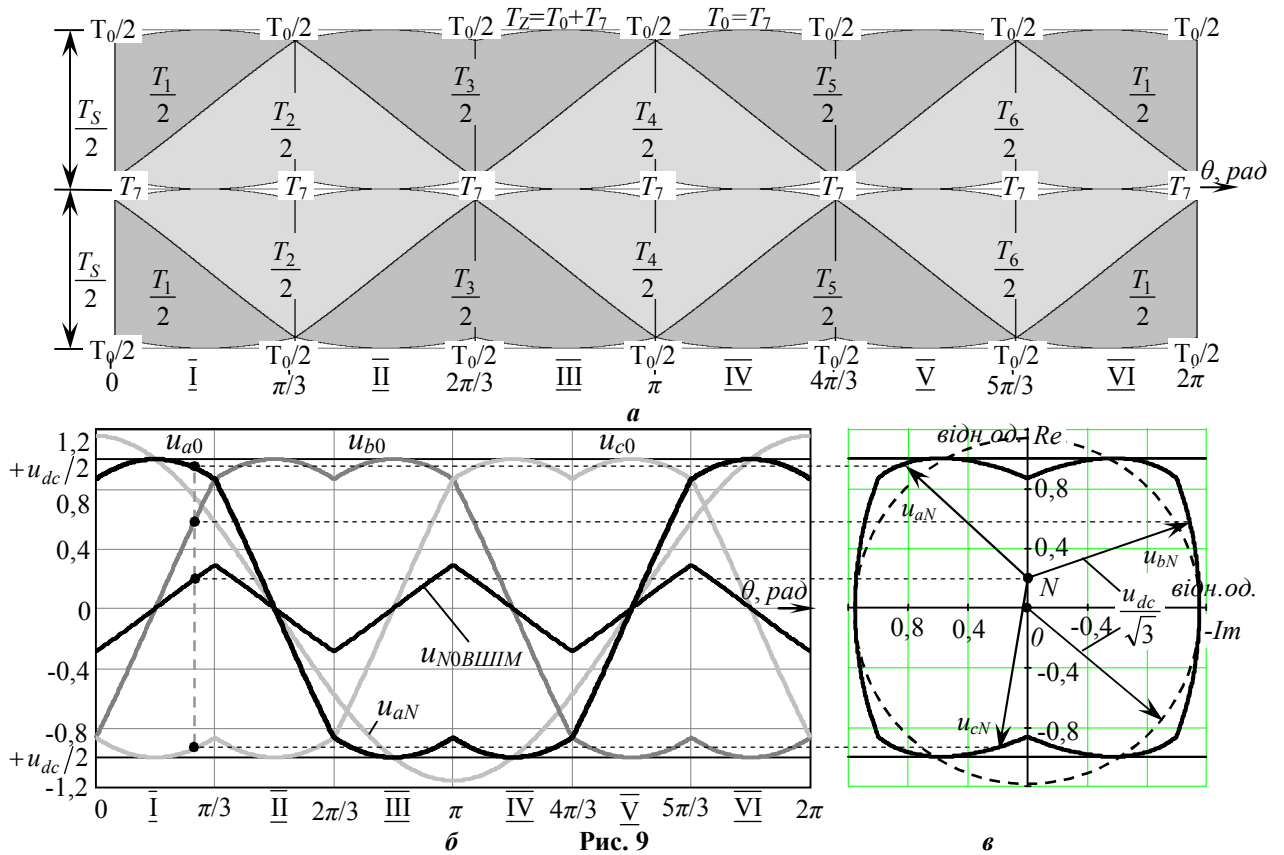


Рис. 9

Покажемо, що існує можливість використовувати синусоїдальну гармонічну функцію потрійної частоти (по відношенню до u_{a0} , u_{b0} , u_{c0}) як підмодулюючу функцію, графік якої розташовується в межах області існування функцій для неспотворюючого формування вихідної напруги АІН. На рис.10 показано чергування стаціонарних станів в періоді вихідної напруги, часові діаграми заданих вихід-

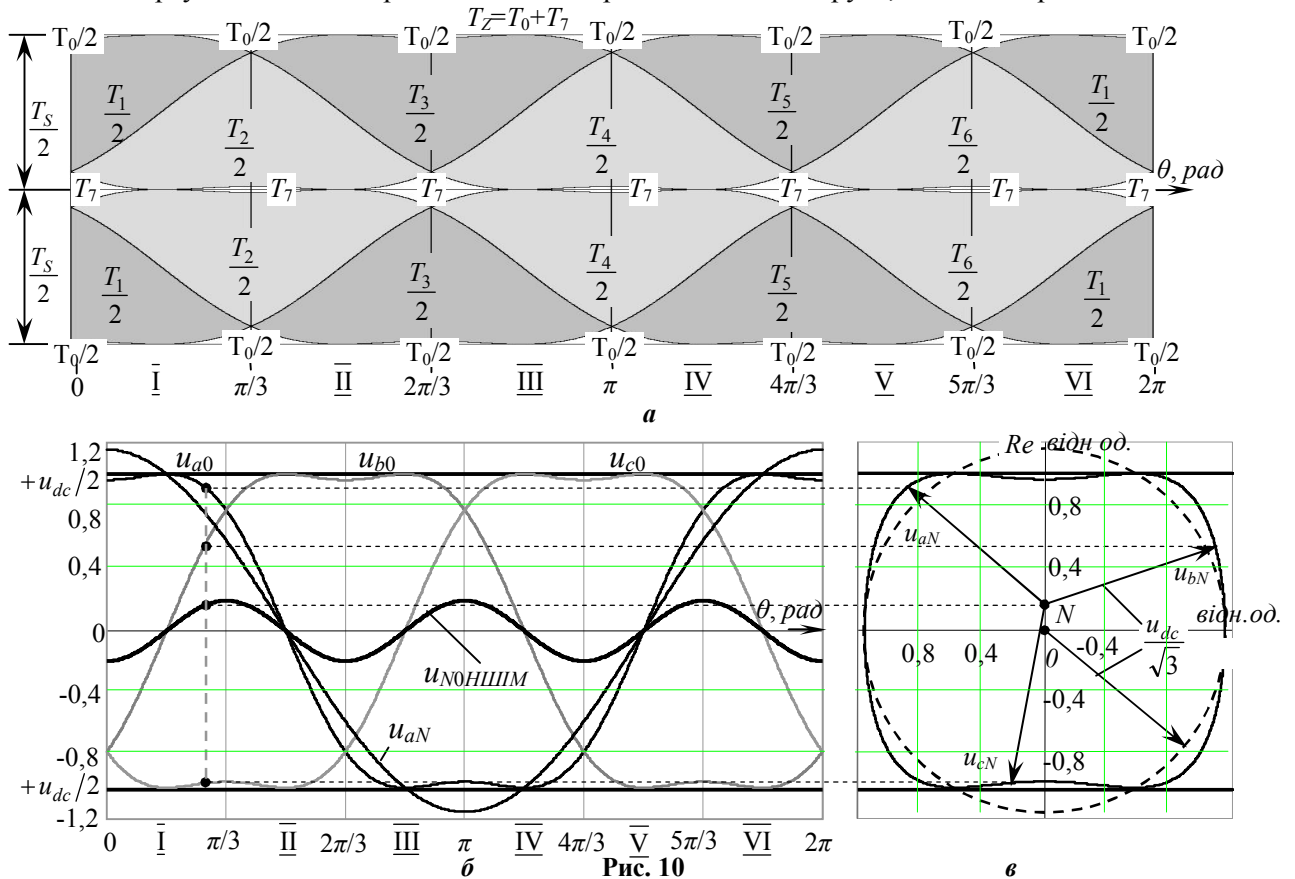


Рис. 10

них напруг u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} , u_{aN} і неперервної підмодулюючої функції НШМ та векторні діаграми миттєвих значень заданих напруг на фазах навантаження при $m=2/\sqrt{3}$. Симетрична підмодуляція забезпечує деформацію кривих u_{a0} , u_{b0} , u_{c0} та траєкторії кінців векторів фазних напруг u_{aN} , u_{bN} , u_{cN} з метою "втягування" їх в межі потенціального коридору $-u_{dc}/2 \div +u_{dc}/2$ за рахунок пульсації середньої точки навантаження N по дійсній осі комплексної площини $\pm Re$ з частотою 3θ .

Діаграми на рис. 10 побудовані у відповідності до таких залежностей:

$$u_{a0} = m(\cos\theta - k \cos 3\theta), \quad u_{b0} = m(\cos(\theta - 2\pi/3) - k \cos 3\theta), \quad u_{c0} = m(\cos(\theta - 4\pi/3) - k \cos 3\theta), \quad (21)$$

де k – відношення амплітуди імплементованої в модуляційну функцію третьої гармонічної до амплітуди першої гармоніки сигналу завдання вихідної напруги. Зупинимо вибір на $k = 1/6$ в зв'язку з тим, що тільки це значення забезпечує максимальний коефіцієнт модуляції при неспотворюючому формуванні вихідної напруги АІН. Використання будь-якого іншого значення k призводить, як показують розрахунки, до виходу графіка підмодулюючої функції за межі області, визначеної графіками функцій ПШМ1 та ПШМ3. Неперервні підмодулюючі функції можуть мати перевагу при деяких реалізаціях, де застосування перервних функцій ускладнене.

Висновки. Графіки всіх перервних підмодулюючих функцій, які забезпечують неспотворююче формування вихідної напруги АІН при максимальному коефіцієнті модуляції $2/\sqrt{3}$, знаходяться на границях області, обмеженої графіками функцій ПШМ1 (знизу) та ПШМ3 (зверху). Графіки всіх інших ПШМ-функцій є комбінаціями з відрізків графіків цих двох функцій.

Крива підмодулюючої функції ВШМ ділить вказану область на дві рівні частини, що дозволяє легко синтезувати цю функцію шляхом ділення складових T_0 , T_7 будь-якої з ПШМ-функцій, а також здійснювати зворотній синтез будь-якої з ПШМ-функцій, використовуючи розрахункові дані для складових функцій ВШМ. Останній висновок є дуже важливим, бо ВШМ-функція є основою векторної широтно-імпульсної модуляції – найуживанішого останнім часом метода керування АІН.

Всі функції, графіки яких належать вказаній області існування, є складовими нульової послідовності по відношенню до першої гармонічної сигналу завдання вихідної напруги, і можуть застосовуватись як підмодулюючі функції, що забезпечують максимально можливий коефіцієнт модуляції при неспотворюючому формуванні вихідної напруги АІН.

Аналіз векторної широтно-імпульсної модуляції та обґрунтування повної тотожності механізмів скалярної та векторної ШМ буде представлено в наступних публікаціях.

1. *Виноградов А.Б., Изосимов Д.Б.* Анализ энергетических показателей и методика выбора оптимальных алгоритмов широтно-импульсной модуляции для управления трехфазным инвертором напряжения // *Электричество*. – 2009. – №5. – С. 37–41.
2. *Михальський В.М., Соболев В.М., Чехет Е.М., Шановал І.А., Чотик В.В.* Реалізація алгоритму керування матричним перетворювачем за допомогою DSP-мікроконтролера // *Міжвідомчий наук.-техн. зб. "Електромашинобудування і електрообладнання"*. Тем. випуск. «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика» – 2006. – С. 289–290.
3. *Обухов С.Г., Чаплыгин Е.Е., Кондратьев Д.Е.* Широтно-импульсная модуляция в трехфазных инверторах напряжения // *Электричество*. – 2008. – №7. – С. 23–31.
4. *Сенько В.И., Сенько Е.В.* Применение алгоритмов ШИМ в трехфазных инверторах с нейтральной точкой // *Электротехника*. – 1999. – №5. – С. 71–75.
5. *Шрейнер Р.Т.* Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты. – Екатеринбург: УрО РАН, 2000. – 654 с.
6. *Bowes S.R., Yen-Shin Lai* The relationship between space-vector modulation and regular-sampled PWM // *IEEE Trans. on Industrial Electronics*. – Oct 1997. – Vol.44. – No.5. – P. 670–679.
7. *Hava A.M., Kerkman R.J., Lipo T.A.* Carrier Based PWM-VSI Overmodulation Strategies: Analysis, Comparison, and Design // *IEEE Trans. on Power Electronics*. – July 1998. – Vol.13. – P. 674–689.
8. *Holmes D.G.* The general relationship between regular-sampled pulse-width-modulation and space vector modulation for hard switched converters // *Proc of the Conf. IEEE-IAS Annual Meeting*. – 1992. – P. 1002–1009.
9. *Holtz J.* Pulsewidth modulation for electronic power conversion // *Proc. of IEEE*. – Aug 1994. – Vol. 82. – P. 1194–1214.
10. *Żelechowski M.* Space Vector Modulated – Direct Torque Controlled (DTC – SVM) Inverter – Fed Induction Motor Drive: Ph.D. thesis. – Warsaw University of Technology (Poland), 2005. – 175 p.
11. *Zhou K., Wang D.* Relationship between space-vector modulation and three-phase carrier-based PWM: a comprehensive analysis // *IEEE Trans. on Industrial Electronics*. – 2002. – Vol. 49. – No.1. – P. 186–196.

Надійшла 24.11.09