

ИССЛЕДОВАНИЕ МАГНИТНО-СВЯЗАННЫХ ИНДУКТИВНОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ СИГНАЛЬНЫХ ГРАФОВ

В.Г. Ягуп*, докт.техн.наук, **Е.В. Ягуп****, докт.техн.наук
Харьковский национальный университет городского хозяйства имени А.Н. Бекетова,
ул. Маршала Бажанова, 17, Харьков, 61002, Украина, e-mail: yagup.walery@gmail.com

В статье рассматривается описание системы магнитно-связанных индуктивностей с помощью сигнальных графов. Эквивалентные преобразования сигнального графа позволили представить его в форме, когда узловые сигналы токов и напряжений выражаются через три параметра: индуктивность первичной обмотки и коэффициенты связи и трансформации. Получены математические зависимости для расчёта индуктивности рассеяния и соотношения между индуктивностями рассеяния первичной стороны и приведенной индуктивности рассеяния вторичной стороны. Анализ этих соотношений показывает, что с уменьшением коэффициента связи доля приведенной индуктивности рассеяния вторичной обмотки нелинейно возрастает, а равномерное распределение индуктивности рассеяния между первичной и вторичной сторонами возможно лишь при коэффициентах связи, близких к единице. Рассмотрена возможность пренебречь в некоторых случаях взаимным влиянием обмоток трехфазного трансформатора, расположенных на разных стержнях его магнитопровода. Библ. 9, рис. 8.

Ключевые слова: магнитно-связанные индуктивности, сигнальный граф, коэффициент связи, индуктивность рассеяния.

Постановка задачи. Магнитно-связанные катушки индуктивностей широко применяются в электротехнических устройствах. В частности, трансформаторы, вращающиеся электрические машины используют свойства связанных общим магнитным потоком обмоток этих устройств [1]. В силовой электронике применяются катушки индуктивности с дополнительными отводами как с целью непосредственного преобразования параметров электрической энергии, так и для обеспечения работы узлов коммутации силовых тиристоров [2]. Магнитно-связанные индуктивности используются в технике сильных токов для создания мощных электрических импульсов, а также в оборудовании сварочного производства [3, 4]. При расчетах, исследованиях и проектировании указанных устройств получили использование Т-, Г- и П-образные схемы замещения на основе приведения эквивалентной схемы к одной из сторон рассматриваемых магнитно-связанных индуктивностей. Параметры наиболее распространенной Т-образной схемы замещения магнитно-связанных индуктивностей определяются из опытов холостого хода и короткого замыкания. Схемы замещения являются приближенными, поскольку физически они не в полной мере соответствуют точным математическим соотношениям. Вопросы уточнения представлений магнитно-связанных индуктивностей освещаются в работах [5, 8, 9], что также свидетельствует об актуальности этой проблемы.

Целью статьи является анализ магнитно-связанных индуктивностей с использованием аппарата сигнальных графов с последующими уточнениями количественных соотношений между параметрами эквивалентных схем замещения для систем взаимно-связанных индуктивностей.

Основное содержание статьи. Будем рассматривать пару идеальных магнитно-связанных катушек индуктивностей (рис. 1). Здесь идеальность понимается в том смысле, что в катушках отсутствуют потери энергии, т.е. активные сопротивления обеих катушек равны нулю. Уравнения электрического равновесия представляются в виде пары дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} U_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}; \\ U_2 &= M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

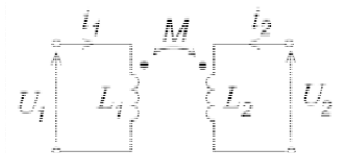


Рис. 1

Заметим, что для учета способа включения катушек достаточно изменить знак взаимной индуктивности или коэффициента связи катушек k ($-1 < k < 1$), определяемые соотношением

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}. \quad (2)$$

Полагая, что количество витков индуктивности L_1 равно w_1 , а у $L_2 - w_2$ и учитывая, что индуктивности пропорциональны квадратам количества витков, можно записать

$$\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \sqrt{\frac{w_2^2}{w_1^2}} = \frac{w_2}{w_1} = n_{21}, \quad (3)$$

где n_{21} – коэффициент трансформации, являющийся конструктивным параметром и определяемый отношением количества витков вторичной обмотки к количеству витков первичной обмотки. Следовательно, окончательно

$$M = L_1 n_{21} k. \quad (4)$$

Воспользовавшись соответствием между символами дифференцирования и оператором p операционного исчисления $p \rightarrow \frac{d}{dt}$, преобразуем систему (1) к форме операторных уравнений для токов индуктивностей

$$\begin{aligned} U_1(p) &= pL_1 I_1(p) + pMI_2(p); \\ U_2(p) &= pMI_1(p) + pL_2 I_2(p). \end{aligned} \quad (5)$$

Эти уравнения представлены в форме сигнального графа, показанного на рис. 2, а. Здесь зависимые узлы, т.е. узлы, в которые заходит хотя бы одна ветвь, заштрихованы. Воспользуемся операцией инверсии пути из узла $I_1(p)$ в узел $U_1(p)$. Полученный вследствие инверсии граф показан на рис. 2, б. При этом зависимый до инверсии узел $U_1(p)$ после инверсии превращается в узел-источник, а узел $I_2(p)$ становится зависимым. Далее исключим ветвь pM с условием неизменности частичного сигнала, доставляемого этой ветвью в $U_2(p)$. Полученный после этой операции сигнальный граф показан на рис. 2, в. Параллельные ветви из $I_2(p)$ в $U_2(p)$ заменим одной ветвью (рис. 2, г).

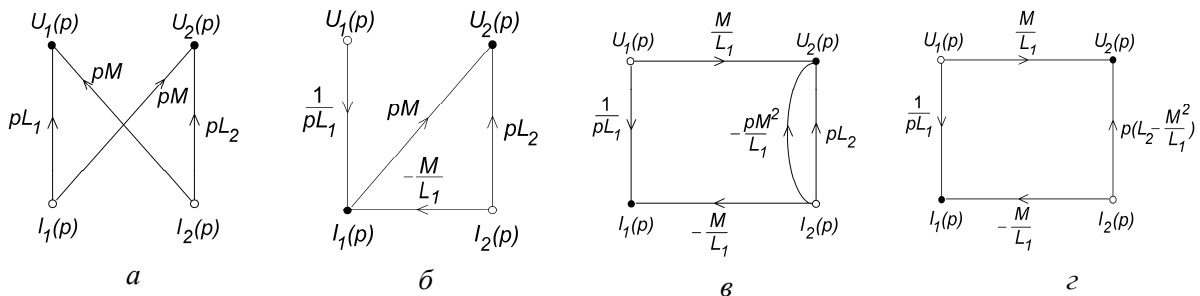


Рис. 2

Передачи горизонтально расположенных ветвей с учетом (4) записываются так:

$$M / L_1 = n_{21} k. \quad (6)$$

Передачи ветви из узла $I_2(p)$ в узел $U_2(p)$

$$p(L_2 - \frac{M^2}{L_1}) = pL_1 n_{21}^2 (1 - k^2). \quad (7)$$

С учетом предложенных преобразований сигнальный граф показан на рис. 3. Этот граф позволяет построить эквивалентную схему замещения (рис. 4).

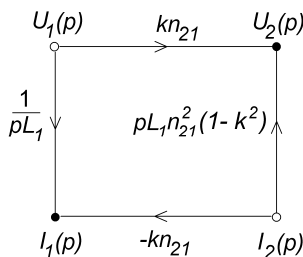


Рис. 3

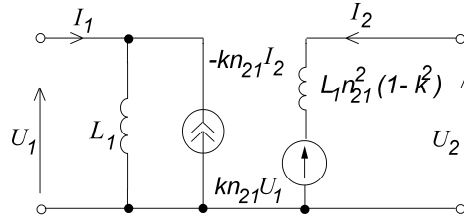


Рис. 4

Схема фактически представляет четырехполюсник с помощью h -параметров. Отличительной чертой сигнального графа и эквивалентной схемы является то, что в определении соотношений, характеризующих магнитно-связанную пару катушек индуктивностей

участвуют лишь три параметра – индуктивность L_1 катушки, принимаемой за первичную, коэффициент трансформации n_{21} и коэффициент k связи катушек через общий магнитный поток. В режиме холостого хода следует принять $I_2 = 0$, тогда ветви из $I_2(p)$ переносят нулевые сигналы и

ими можно пренебречь. В этом режиме потребление тока I_1 от источника напряжения U_1 обеспечивается лишь индуктивностью L_1 , что позволяет легко вычислить ее величину. Из опыта холостого хода определяется также коэффициент связи

$$k = \frac{U_{2x}}{U_2'}, \quad (8)$$

где U_2' – ожидаемое от соотношения витков напряжение на вторичной обмотке

$$U_2' = n_{21}U_1; \quad (9)$$

U_{2x} – действительное напряжение на вторичной обмотке в режиме холостого хода.

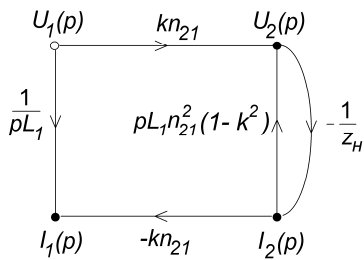


Рис. 5

При подключении к зажимам вторичной обмотки нагрузочного сопротивления z_H сигнальный граф (рис. 3) дополняется соответствующей ветвью с передачей $(-1/z_H)$ (рис. 5).

В этом графе единственным источником является узел $U_1(p)$ первичного напряжения, питающего систему. Вычислим передачу из узла $U_1(p)$ в зависимый узел $I_1(p)$, представляющий собой входную проводимость

$$Y_{\text{ex}} = \frac{I_1(p)}{U_1(p)}. \quad (10)$$

В графе имеется лишь один контур

$$L_1 = -pL_1n_{21}^2(1-k^2) \cdot \frac{1}{z_H}. \quad (11)$$

Он обуславливает определитель графа

$$\Delta = 1 - L_1 = 1 + pL_1n_{21}^2(1-k^2) \cdot \frac{1}{z_H}. \quad (12)$$

Из узла $U_1(p)$ в узел $I_1(p)$ имеется два пути передачи

$$p_1 = \frac{1}{pL_1}; \quad p_2 = k^2n_{21}^2 \frac{1}{z_H}. \quad (13)$$

С учетом касания контура их алгебраические дополнения

$$\Delta_1 = \Delta; \quad \Delta_2 = 1. \quad (14)$$

Искомая передача определяется выражением по формуле Мейсона [6]

$$Y_{\text{ex}} = \frac{I_1(p)}{U_1(p)} = \frac{p_1\Delta_1 + p_2\Delta_2}{\Delta} = \frac{1}{pL_1} + \frac{k^2n_{21}^2 \frac{1}{z_H}}{1 + pL_1n_{21}^2(1-k^2) \cdot \frac{1}{z_H}} = \frac{1}{pL_1} + \frac{k^2n_{21}^2}{z_H + pL_1n_{21}^2(1-k^2)}. \quad (15)$$

В режиме короткого замыкания $z_H = 0$, и выражение для входной проводимости приобретает вид

$$Y_{\text{ex}} = \frac{1}{pL_1} + \frac{k^2}{pL_1(1-k^2)}. \quad (16)$$

В этом выражении первое слагаемое отображает собственно индуктивность первичной обмотки, обуславливающей ток холостого хода, потребляемый системой в основном на намагничивание. Второе слагаемое соответствует индуктивности рассеяния в схемах замещения и определяет потери напряжения из-за неполной связи обеих катушек

$$L_s = L_1 \frac{1-k^2}{k^2}. \quad (17)$$

Соответствующая схема замещения цепи показана на рис. 6, а. Сравнивая эту схему с известной Т-образной схемой замещения двухобмоточного трансформатора с приведенной вторичной стороной (рис. 6, б), можно составить следующие соотношения:

$$L_m = kL_1; \quad L_{s1} = L_1 - L_m = (1-k)L_1. \quad (18, 19)$$

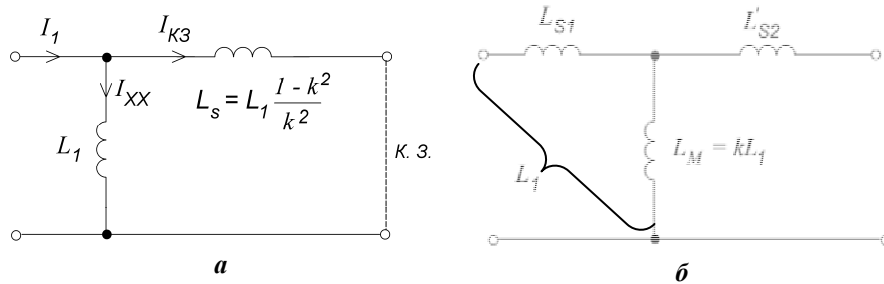


Рис. 6

вторичной индуктивности рассеяния L'_{s2} к первичной L'_{s1} равно

$$m_{21} = \frac{L'_{s2}}{L'_{s1}} = \left[L_1 \frac{1-k^2}{k^2} - (1-k)L_1 \right] / [(1-k)L_1] = \frac{1+k}{k^2} - 1. \quad (22)$$

Таким образом, соотношение индуктивностей рассеяния нелинейным образом зависит от коэффициента связи k . Результаты расчета для k в диапазоне $k = 0,5 \div 1$ показаны на графике рис. 7.

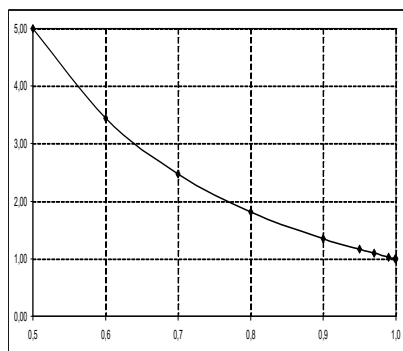


Рис. 7

Для мощных силовых трансформаторов коэффициент связи составляет величины порядка $k = 0,999 \div 0,99$. Для этого диапазона отношение индуктивностей согласно найденному соотношению достаточно близко к единице. Поэтому вполне обосновано при расчете параметров Т-образной схемы замещения трансформатора равномерное распределение индуктивности рассеяния между первичной и вторичной сторонами, как это принято в [1]. Однако с уменьшением коэффициента связи увеличивается доля приведенной индуктивности рассеяния вторичной обмотки. Поэтому влияние вторичной цепи через такую «ослабленную» магнитную связь уменьшается по двум причинам. Во-первых, уменьшается индуцированное во

вторичной обмотке напряжение за счет уменьшения доли общего магнитного потока между обмотками. Во-вторых, уменьшается ток во вторичной обмотке за счет увеличения приведенной индуктивности рассеяния вторичной стороны, играющей роль внутреннего сопротивления, включенного последовательно с эквивалентным источником напряжения (рис. 4).

В плане проведенного исследования представляет интерес оценка взаимного влияния двух обмоток с равными индуктивностями L_1 и L_2 трёхфазного трансформатора, размещённых на двух соседних стержнях, например, для случая указанного неполнофазного подключения обмоток (рис. 8).

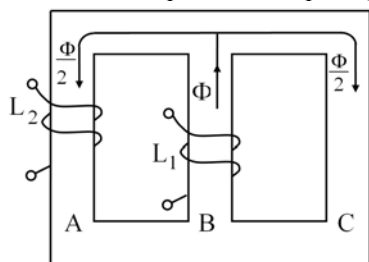


Рис. 8

Тогда магнитный поток Φ стержня B , создаваемый катушкой L_1 , поровну распределяется по двум другим стержням. При этом в стержнях A и C создаются потоки $\Phi/2$. Следовательно, можно считать, что коэффициент связи между обмотками L_1 и L_2 , расположенными соответственно на стержнях B и A , имеет значение, не превышающее $k = 0,5$. При этом согласно (17) величина индуктивности рассеяния определяется выражением

$$L_s = L_1 \frac{1-0,5^2}{0,5^2} = 3L_1. \quad (23)$$

Оценим влияние протекающего во вторичной обмотке L_2 тока на изменение тока в первичной обмотке L_1 в режиме короткого замыкания вторичной обмотки, когда это влияние будет наиболее значительным. В соответствии с рис. 6, а ток $I_{кз}$ определяется выражением $I_{кз} = U_1 / 3\omega L_1$, где ω – частота напряжения на катушке L_1 . Протекающий в обмотке L_1 ток в режиме холостого хода

$$I_{XX} = U_1 / \omega L_1. \text{ Соотношения между этими токами } m_i = I_{кз} / I_{XX} = \frac{1}{3}. \text{ Тогда } I_1 = I_{кз} + I_{XX} = \frac{U_1}{\omega L_1} \left(\frac{1}{3} + 1 \right),$$

что свидетельствует об увеличении тока I_1 на $\approx 33\%$ вследствие короткого замыкания катушки L_2 .

Таким образом, короткое замыкание катушки на вторичной стороне обуславливает в первичной обмотке (даже в таком аномальном режиме) значение тока, не превышающее трети величины тока холостого хода. При нормальных режимах такое влияние на порядок уменьшится. Это позволяет в некоторых случаях с определенными допущениями применять модели трехфазных трансформаторов, имеющиеся в системе «SimPowerSystem» пакета MATLAB, в виде трех однофазных трансформаторов, когда учитываются лишь магнитные связи обмоток, расположенных на стержнях одной фазы [7]. Заметим, что точная оценка погрешности такого приближения в конкретном случае расположения обмоток на разных стержнях зависит от конструктивных параметров трансформатора и представляет отдельную задачу исследования.

Необходимо отметить, что в общем же случае представить трехфазный трансформатор (дроссель) в виде трех однофазных трансформаторов (дросселей) можно только для случаев, когда сопротивление нулевой последовательности таких устройств равно сопротивлению прямой последовательности или в их цепях отсутствуют токи нулевой последовательности, например, для трехфазного трансформатора с соединением обмоток «треугольник-звезда с нулем» или в случае подключения трехфазного напряжения ко входу схемы выпрямления Ларионова через трехфазный дроссель переменного тока (пассивный корректор коэффициента мощности).

В трехфазных трансформаторах с соединением обмоток «звезда-звезда с нулем» имеет место взаимное влияние токов различных фаз, которое приводит к тому, что напряжение на выходе каждой фазы определяется в том числе и токами в двух других фазах, что в целом не позволяет реализовать их схему замещения при помощи трех независимых однофазных трансформаторов. Для трехфазных трансформаторов с соединением обмоток «звезда-звезда с нулем» ток при симметричном трехфазном КЗ на выходе, когда токи нулевой последовательности отсутствуют, значительно превышает ток при КЗ только одной из обмоток такого трансформатора, когда имеются токи нулевой последовательности. Это является следствием того, что обмотки разных фаз трансформатора, которые расположены на разных стержнях магнитопровода, взаимно влияют друг на друга, в результате чего сопротивление нулевой последовательности такого трансформатора больше его сопротивления прямой последовательности, причем такая зависимость определяется значением мощности трансформатора.

Выводы.

1. Для системы двух магнитно-связанных индуктивностей составлен сигнальный граф и показано, что путем эквивалентных преобразований граф может быть представлен в форме, когда передачи его ветвей выражаются через индуктивность первичной обмотки, коэффициент связи обмоток и коэффициент трансформации.

2. На основе опыта короткого замыкания по сигнальному графу определяется индуктивность рассеяния, величина которой выражается нелинейной зависимостью через собственную индуктивность первичной стороны и коэффициент связи обмоток.

4. Выведено соотношение между индуктивностями рассеяния первичной и вторичной сторон для T-образной схемы замещения трансформатора, которое позволило показать, что с уменьшением коэффициента связи доля приведенной индуктивности рассеяния вторичной стороны возрастает по нелинейному закону.

5. Показано, что распределение индуктивности рассеяния между первичной и вторичной сторонами в T-образной схеме замещения трансформатора, которые принимаются традиционно равными, допустимо лишь при близких к единице значениях коэффициента связи обмоток, а именно, в диапазоне его значений (0,99 – 0,999).

6. Оценка взаимного влияния обмоток трёхфазного трансформатора, размещенных на соседних стержнях его магнитопровода, показала, что приращение тока в первичной обмотке относительно тока холостого хода не превышает его трети даже в режиме короткого замыкания вторичной обмотки, расположенной на другом стержне. Благодаря этому в пределах отмеченной погрешности представляется возможным использовать известные имитационные модели трёхфазных трансформаторов в виде трёх однофазных трансформаторов, как это имеет место в системе SimPower-System.

1. Вольдек А.И., Попов В.В. Электрические машины. Введение в электромеханику. Машины постоянного тока и трансформаторы. СПб.: Питер, 2008. 320 с.

2. Розанов Ю.К., Рябчинский М.В., Кваснюк А.А. Силовая электроника. Москва: МЭИ, 2009. 632 с.

3. Месяц Г.А. Генерирование мощных наносекундных импульсов. М.: Советское радио, 1974. 256 с.

4. Рыськова З.А., Федоров П.Д., Жимерева В.И. Трансформаторы для электрической контактной сварки. Энергоатомиздат: Ленинград, 1990. 424 с.
5. Пентегов И.В., Рымар С.В., Волков И.В. Связь между параметрами электромагнитных, принципиальных схем и схем замещения двухобмоточных трансформаторов. *Электротехника и электромеханика*. 2006. № 3. С. 67–79.
6. Mason S.J., Zimmerman H.J. *Electronic Circuits, Signals, and Systems*. New York: Hardcover, 1960. 620 p.
7. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в Matlab, SimPowerSystems и Simulink. ДМК: Пресс, 2011. 288 с.
8. Ягуп В.Г. Методология компьютерного моделирования тиристорных преобразователей на основе сигнальных графов. *Вестн. науки и техники*. 2002. Вып. 6. С. 4-7.
9. Ягуп В.Г., Ягуп К.В. Компьютерное моделирование переходных и установившихся процессов в преобразователях электрической энергии. Харьков: ХНАГХ, 2013. 131 с.

ДОСЛІДЖЕННЯ МАГНІТНО-ЗВ'ЯЗАНИХ ІНДУКТИВНОСТЕЙ ЗА ДОПОМОГОЮ СИГНАЛЬНИХ ГРАФІВ

В.Г. Ягуп, докт.техн.наук, **К.В. Ягуп**, докт.техн.наук

Харківський національний університет міського господарства імені О.М.Бекетова, вул. Маршала Бажанова, 17, Харків, 61002, Україна, e-mail: yagup.walery@gmail.com

У статті розглядається опис системи магнітно-зв'язаних індуктивностей за допомогою сигнальних графів. Еквівалентні перетворення сигнального графа дозволили представити його у формі, коли вузлові сигнали струмів і напруг виражаються через три параметра: індуктивність первинної обмотки і коефіцієнти зв'язку та трансформації. Отримано математичні залежності для розрахунків індуктивності розсіяння і співвідношення між індуктивностями розсіяння первинної сторони і наведеної індуктивності вторинної сторони. Аналіз цих співвідношень показує, що зі зменшенням коефіцієнта зв'язку частка наведеної індуктивності розсіяння вторинної обмотки нелінійно зростає, а рівномірний розподіл індуктивності розсіяння між первинною і вторинною сторонами можливо лише при коефіцієнтах зв'язку, близьких до одиниці. Розглянуто можливість знехтування в деяких випадках взаємним впливом обмоток трифазного трансформатора, розташованих на різних стрижнях його магнітопровода. Бібл. 9, рис. 8.

Ключові слова: магнітно-зв'язані індуктивності, сигнальний граф, коефіцієнт зв'язку, індуктивність розсіяння.

INVESTIGATION OF MAGNETIC-CONNECTED INDUCTANCES BY SIGNAL GRAPHS

V.G. Yagup, K.V. Yagup

Kharkiv National University of Municipal Economy, Marshala Bazhanova str., 17, Kharkov, 61002, Ukraine. e-mail: yagup.walery@gmail.com

The article considers a description of a system of magnetically coupled inductances using signal graphs. Equivalent transformations of the signal graph allowed to present it in the form when the nodal signals of currents and voltages are expressed through three parameters: inductance of the primary winding and coupling and transformation factors. Mathematical dependencies for the leakage inductance and the relationship between the primary side leakage inductance and the secondary side inductance are obtained. An analysis of these relationships shows that with a decrease in the coupling factor, the fraction of the reduced leakage inductance of the secondary winding increases nonlinearly, and a uniform distribution of the leakage inductance between the primary and secondary sides is possible only for coupling factor, which is close to unity. On the basis of the carried out research, the possibility of neglecting the mutual influence of three-phase transformer windings located on different it's rods.

References 9, figures 8.

Key words: magnetically coupled inductances, signal graph, coupling factor, leakage inductance.

1. Voldek A.I., Popov V.V. *Electric machines. Introduction to electrical engineering. DC machines and transformers*. S-Pb.: Piter, 2008. 320 p. (Rus)
2. Rozanov Yu.K., Ryabchinsky M.V., Kvasnyuk A.A. *Power electronics*. Moskva: MEI, 2009. 632 p. (Rus)
3. Mesyats G.A. *Generation of powerful nanosecond pulses*. Moskva: Sovetskoe radio, 1974. 256 p. (Rus)
4. Ryskova Z.A., Fedorov P.D., Zhimereva V.I. *Transformers for electrical resistance welding*. Leningrad: Energoatomizdat, 1990. 424 p. (Rus)
5. Pentegov I.V., Ryamar S.V., Volkov I.V. Relationship between the parameters of electromagnetic, circuit diagrams and equivalent circuits of double-winding transformers. *Electrical engineering & Electromechanics*. 2006. No 3. Pp. 67–79. (Rus)
6. Mason S.J., Zimmerman H.J. *Electronic Circuits, Signals, and Systems*. New York: Hardcover, 1960. 620 p.
7. Chernykh I.V. Modeling of electrical devices in Matlab, SimPowerSystems and Simulink. ДМК: Пресс, 2011. 288 p. (Rus)
8. Yagup V.G. Methodology of computer simulation of thyristor converters based on signal graphs. *Vestnik nauki i tekhniki*. 2002. Vol. 6. Pp. 4-7. (Rus)
9. Yagup V.G., Yagup K.V. Computer simulation of transient and steady-state processes in electrical energy converters. Kharkov: HNAGH, 2013. 131 p. (Rus)

Надійшла 29.11.2018

Остаточний варіант 29.05.2019