

АНАЛІТИЧНИЙ РОЗРАХУНОК ВТРАТ ПОТУЖНОСТІ ВІД ВИХРОВИХ СТРУМІВ У РОТОРАХ З ПОСТІЙНИМИ МАГНІТАМИ

Макарчук О.В., канд.техн.наук
Національний університет „Львівська політехніка”,
вул. С.Бандери, 12, Львів, 79013, Україна.

e-mail: makar_lp@rambler.ru

У роботі представлено аналітичний розв'язок рівняння Гельмгольца для провідного напівпростору в двовимірній постановці. Отриманий просторовий розподіл векторного магнітного потенціалу використовується для розрахунку поля густини струму та виведення залежностей, що дозволяють обчислити втрати від вихрових струмів у явнополюсних роторах з поверхневим розташуванням постійних магнітів. Для перевірки отриманих результатів використовувалася двовимірна FEM-модель явнополюсної електричної машини зі збудженням від постійних магнітів. Порівнювалися варіанти розрахунку втрат у роторі для машин з напівзакритими та відкритими пазами на статорі. Показано задовільну точність запропонованого аналітичного метода. Підтверджено недоцільність використання відкритих пазів у високошвидкісних машинах з постійними магнітами, дано рекомендації щодо вибору типу статорних обмоток. Бібл. 10, рис. 5.

Ключові слова: втрати від вихрових струмів, хвильове рівняння Гельмгольца, FEM-аналіз, високошвидкісна електрична машина.

Електричні машини зі збудженням від постійних магнітів (ПМ) мають низку переваг перед машинами з електромагнітним збудженням, тому розробці та вдосконаленню методик їхнього розрахунку присвячено багато робіт. Особливо актуальними такі завдання стають для високошвидкісних машин зі збудженням від постійних магнітів (ВМПМ), причому розподіл втрат потужності в активних частинах таких машин істотно відрізняється від такого ж розподілу в машинах загальнопромислового призначення. Поверхневі та пульсаційні втрати в полюсах ротора високошвидкісних машин за невправного вибору конфігурації активного шару (зубцева зона статора, проміжок, полюс) можуть стати на заваді реалізації всього проекту ВМПМ.

Постановка задачі. На етапі первинного проектного розрахунку ВМПМ важливо мати методику розрахунку втрат потужності у полюсах ротора, зумовлених вихровими струмами в них, яка без використання високоадекватних математичних моделей дозволить обчислювати їхню величину з достатньою для інженерних потреб точністю. Розробка такої методики і є **метою дослідження**.

Об'єктом дослідження є високошвидкісна електрична машина з явнополюсною конструкцією ротора та збудженням від ПМ, що розташовані на його поверхні.

Аналіз останніх досліджень. Задача розрахунку втрат у полюсах з ПМ розглядається в багатьох роботах, що свідчить про її актуальність. Є роботи, в яких подібні розрахунки проводяться за наближеними методиками, що ґрунтуються на емпіричному досвіді дослідників [1,6,10], але частіше застосовуються аналітичні [2,5,9] або чисельні методи, втілені у високоадекватних 2- та 3-вимірних польових моделях, які вимагають використання спеціалізованого програмного забезпечення [3,7,8].

Ідея розрахунку втрат на підставі розв'язання 2-вимірного рівняння Гельмгольца для машин з аксіальним напрямом проходження магнітного потоку викладена у [4]. Однак розрахункові формули для визначення втрат, на думку автора, містять ряд неточностей. Крім цього, вони потребують адаптації для використання у машинах з класичним радіальним напрямом потоку в проміжку.

Пропоную ще один варіант аналітичного розрахунку вищезгаданих втрат, який має «тверде» теоретичне підґрунтя у вигляді фундаментальних рівнянь електромагнітного поля.

Основний матеріал. На підставі загальновідомих рівнянь електродинаміки в квазістационарному наближенні

$$\nabla \times \bar{H} = \gamma \bar{E}, \quad \nabla \times \bar{E} = -\partial \bar{B} / \partial t, \quad (1)$$

де ∇ – диференціальний оператор Гамільтона, який для декартової системи координат набуває виду

$$\nabla = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y} + \bar{k} \frac{\partial}{\partial z}; \quad \bar{i}, \bar{j}, \bar{k} \text{ – одиничні орти відповідно по координатних осях } x, y, z \text{ декартової системи координат;}$$

\bar{H} , \bar{E} – вектори напруженості магнітного та електричного полів; \bar{B} – вектор індукції магнітного поля; γ – питома електрична провідність середовища, та припускаючи лінійний

зв'язок між \vec{B} та \vec{H} , отримуємо в термінах векторного магнітного потенціалу \vec{A} ($\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$) рівняння Гельмгольца

$$\nabla^2 \cdot \vec{A} = \gamma \mu_0 \mu_r (\partial \vec{A} / \partial t - \nabla \varphi), \quad (2)$$

де φ – скалярний магнітний потенціал; $\mu_0 \mu_r$ – у загальному матриця магнітної проникності середовища. За умови зміни потенціалу в часі за гармонічним законом перейдемо до комплексних амплітуд

$$\nabla^2 \cdot \vec{A} = K^2 \vec{A}, \quad (3)$$

де $K^2 = \alpha^2 + \beta^2$ – деяка комплексна стала, причому, $\alpha = (1+j)\xi$, $\xi = \sqrt{\omega \gamma \mu_0 \mu_r} / 2$ – величина, обернена до глибини проникнення, β – деяка дійсна стала (у подальшому викладі $\beta = 2\pi / t_z$ – період зубцевої гармоніки поля). Зауважимо, що «риска» у позначенні означає приналежність до векторів з евклідового простору, а «крапка» – до векторів у комплексній площині.

Розташуємо систему координат по відношенню до електропровідного напівпростору так, щоб потенціал на поверхні розділу середовищ з $\gamma = 0$ та $\gamma \gg 0$ змінювався за гармонічним законом у площині XOZ (рис. 1). Загальний розв'язок цього рівняння за умови 2-вимірного розподілу z -проекції векторного магнітного потенціалу

$$\vec{A}_z = (C_1 e^{-Ky} + C_2 e^{Ky}) \cdot \sin(\omega t + \beta x + \varphi). \quad (4)$$

Сталі інтегрування C_1 та C_2 знайдемо, виходячи з рівності нормальних складових вектора \vec{B} на поверхні провідного шару, тобто

$$\vec{B}_y = -\partial \vec{A}_z / \partial x = -(C_1 e^{-Ky} + C_2 e^{Ky}) \beta \cos(\omega t + \beta x + \varphi). \quad (5)$$

Для границі області по $y = 0$

$$\vec{B}_y \Big|_{y=0} = -(C_1 + C_2) \cdot \beta \cdot \cos(\omega t + \beta x + \varphi), \quad (6)$$

тоді для границі $y \rightarrow -\infty$ стала $C_2 = 0$, інакше $\vec{B}_y \Big|_{y=-\infty} \rightarrow \infty$. Це також пояснюється тим, що хвиля, проникаючи з діелектрика у провідне середовище, яке не має обмежень по довжині у напрямі $-y$, не зустрічає границь, які викликають виникнення відбитої хвилі. Отже, за наявності лише однієї падаючої хвилі стала $C_2 = 0$.

Враховуючи (5), (6), введемо нове позначення

$$-C_1 \cdot \beta = B_{sm}, \quad (7)$$

де B_{sm} – амплітуда пульсації індукції у повітряному проміжку машини, обумовлена зубчастістю осердя статора.

Розподіл z -проекції векторного магнітного потенціалу дає частковий розв'язок (3)

$$\vec{A}_z = -B_{sm} \beta^{-1} e^{-Ky} \sin(\omega t + \beta x + \varphi), \quad (8)$$

а для моменту $t = 0$

$$\vec{A}_z \Big|_{t=0} = -B_{sm} \beta^{-1} e^{-Ky} \sin(\beta x + \varphi). \quad (9)$$

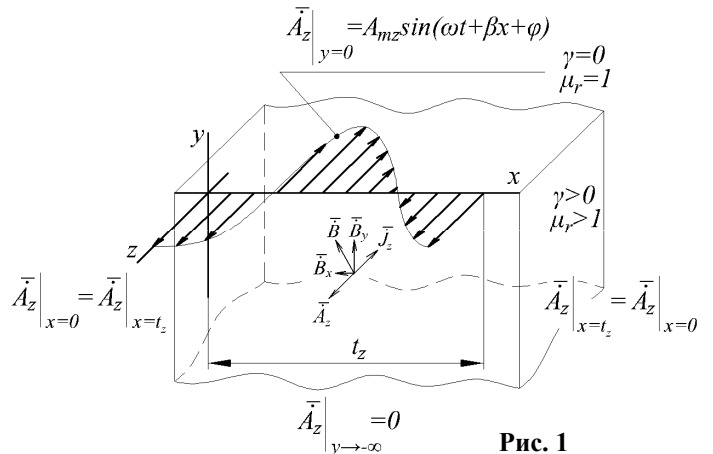
Дві проекції напруженості поля становитимуть відповідно

$$\vec{H}_x = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial y} = \frac{KB_{sm}}{\mu_0 \mu_r \beta} e^{-Ky} \cdot \sin(\beta x + \varphi), \quad \vec{H}_y = \frac{-1}{\mu_0 \mu_r} \cdot \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial x} = \frac{B_{sm}}{\mu_0 \mu_r} e^{-Ky} \cdot \cos(\beta x + \varphi). \quad (10)$$

Розподіл z -проекції вектора густини струму у провідній півплощині

$$\vec{\delta}_z = \frac{\partial \vec{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{H}_x}{\partial y} = j \left[\frac{2B_{sm} \xi^2}{\mu_0 \mu_r \beta} e^{-Ky} \cdot \sin(\beta x + \varphi) \right]. \quad (11)$$

Модуль цього вектора



$$|\delta_z| = \frac{2B_{sm}\xi^2}{\mu_0\mu_r\beta} e^{-\text{Re}(K)y} \cdot |\sin(\beta x + \varphi)|. \quad (12)$$

Втрати потужності на одиницю довжини розрахункової області вздовж осі z у межах періоду t_z отримаємо безпосереднім інтегруванням (12)

$$P_{tz} = \frac{1}{2} \int_0^{t_z} \int_0^{t_z} \frac{|\delta_z|}{\gamma} dx dy = \frac{\omega^2 B_{sm}^2 \gamma t_z}{8 \text{Re}(K) \beta^2}. \quad (13)$$

Для обчислення даного виду втрат у всьому роторі на підставі (13) необхідно прийняти додаткові припущення: зовнішній діаметр ротора наближено дорівнює діаметру розточки осердя статора; полюсна система ротора представляє собою неперервне кільце довжиною l_2 , товщина якого перевищує глибину проникнення поля у матеріал ПМ. Тоді

$$P_{PM} = P_{tz} Z l_2 = \frac{\omega^2 B_{sm}^2 \gamma t_z Z l_2}{8 \text{Re}(K) \beta^2}, \quad (14)$$

де l_2 – осьова довжина полюсів з ПМ; Z – кількість зубців на статорі.

Визначення амплітуди пульсації зубцевої гармоніки поля здійснено на підставі відомого з класичної теорії електричних машин співвідношення амплітуд першої та зубцевої гармонік поля магнітної індукції

$$\beta_z = \frac{B_{sm}}{B_{\delta \max}} = \frac{B_{\delta \max} - B_{\delta \min}}{2B_{\delta \max}}, \quad \text{або} \quad \beta_z = \frac{1+u^2-2u}{2(1+u^2)}, \quad (15)$$

де

$$u = b_s / 2\delta + \sqrt{1 + (b_s / 2\delta)^2}. \quad (16)$$

Позначення використані у (15), (16) зрозумілі з рис. 2.

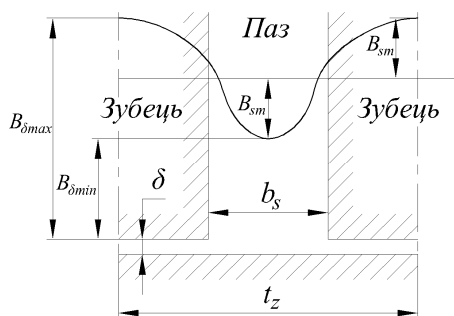


Рис. 2

Якщо відомим є амплітудне значення індукції в проміжку, наприклад, з попереднього проектного електромагнітного розрахунку, то амплітуду зубцевої пульсації поля знаходимо як

$$B_{sm} = \beta_z B_{\delta \max}. \quad (17)$$

Якщо зручно оперувати середнім значенням індукції в проміжку, то необхідно врахувати коефіцієнт Картера

$$k_{\delta} = t_z (t_z - \sigma \delta)^{-1},$$

$$\text{де} \quad \sigma = \frac{\pi}{4} \left[\frac{b_s}{2\delta} \arctg \frac{b_s}{2\delta} - \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_s}{2\delta} \right)^2} \right], \quad (18)$$

тоді

$$B_{sm} = \beta_z k_{\delta} B_{av}. \quad (19)$$

Для перевірки даної аналітичної методики розрахунку втрат створено математичну модель аналогічного призначення, а саме – використання метода скінчених елементів (СЕ). Модель дозволяє розрахувати втрати в полюсах ротора машини, що обертається із заданою частотою у зубчастому статорі, із наперед заданою формою паза. Модель враховує нелінійну характеристику намагнічування сталі статора та осердя ротора та 2-вимірний розподіл магнітного поля, створеного ПМ довільної форми. Математичне формулювання алгоритму даної моделі викладено у [1], програмну реалізацію здійснено у пакеті ANSYS Multiphysics мовою програмування APDL.

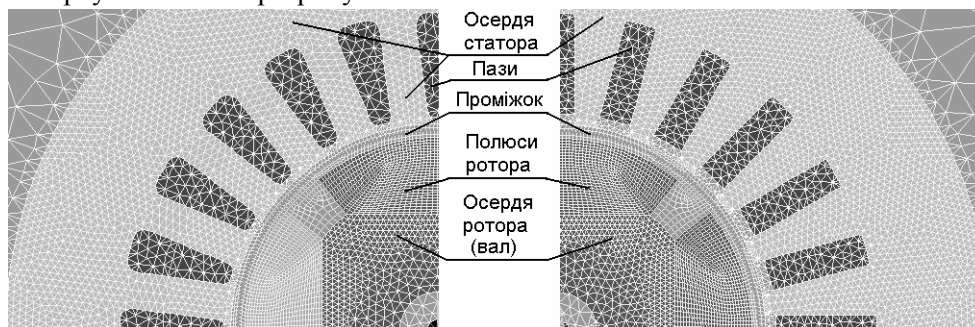


Рис. 3

Як приклад розглянуто два магнітопроводи високошвидкісних 3-фазних турбогенераторів потужністю 100 кВА, частотою обертання 30000 об/хв, розрахованих на напругу 380 В, що відрізняються формою паза статора.

Головні розміри обох машин однакові: розрахункова довжина осердя – 200 мм, діаметр розточки статора – 91 мм. Повітряний проміжок становить 3 мм, а «відкриття» пазів – 3 та 7 мм відповідно. Рівень дискретизації розрахункових областей показано на рис. 3.

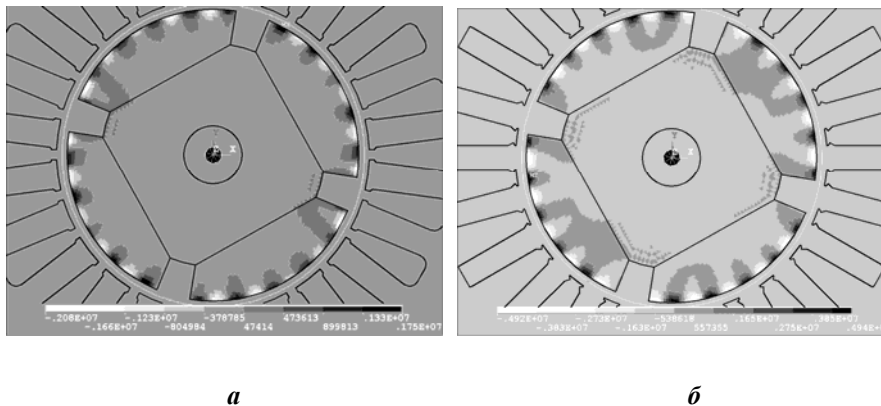


Рис. 4

На рис. 4 у вигляді растрових зображень показано 2-вимірне поле z -проекції вектора густини струму у магніто- та електропровідних частинах ротора, причому областям з темним забарвленням відповідає додатне значення модуля \vec{J} , а світлим – від’ємне; a – з напівзакритим пазом; b – з відкритим пазом.

Маючи поле густини струму, втрати потужності знаходили як

$$P_{PM} = \sigma^{-1} l_2 \int_0^S |\vec{J}|^2 dS = \sigma^{-1} \sum_{k=1}^K \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |J_{zn}|^2 \right) S_k l_k, \quad (20)$$

де dS – площа елементарної ділянки; J_{zn} – модуль вузлового значення проекції на вісь z вектора густини струму; $n = \overline{1, N}$ – біжучий номер вузла в межах одного СЕ; $k = \overline{1, K}$ – біжучий номер СЕ, що належить струмопровідній області S ; $S_k l_k$ – об’єм k -го СЕ, площею S_k та довжиною l_k .

Обчислені за (20) середні значення втрат у роторі для різних частот обертання n на рис. 5 порівнювали з неперервними залежностями $P_{PM}(n)$, отриманими за (14): a – осердя статора з напівзакритим пазом; b – осердя статора з відкритим пазом.

Аналіз отриманих залежностей показав, що поверхневі втрати у роторі з ПМ у машини з відкритим пазом (7 мм) приблизно у 20 разів перевищують ці ж втрати у машині з напівзакритим пазом (3 мм). Це кількісно підтверджує висловлену на початку тезу про те, що невірний вибір конфігурації зубцевого шару може поставити під загрозу виконання всього проекту ВМПМ.

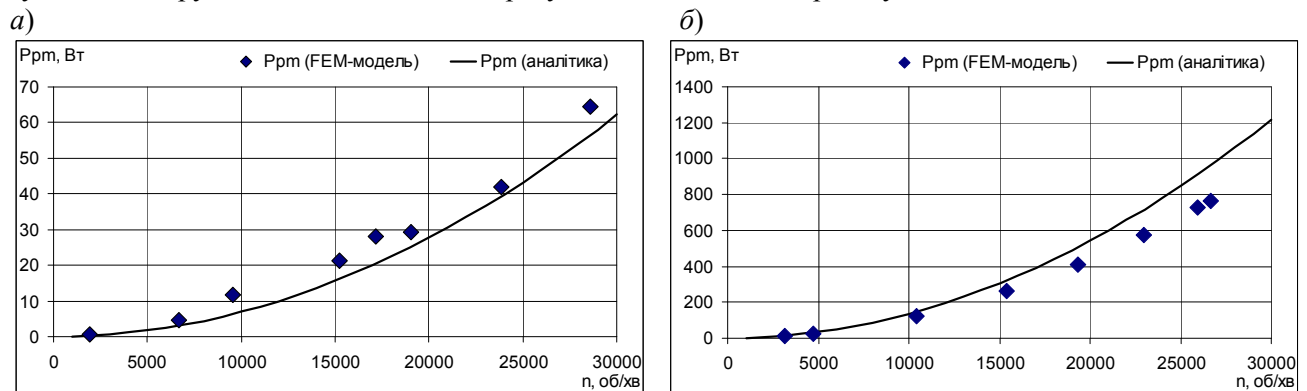


Рис. 5

Висновки. На підставі аналітичного розв’язання хвильового рівняння для провідного напівпростору у 2-вимірному формулюванні розроблено методику визначення втрат від вихрових струмів, зумовлених зубчастістю осердя статора, у явнополюсних роторах з постійними магнітами. Порівняння результатів розрахунку цих втрат з результатами, отриманими на високоадекватній математичній моделі з використанням FEM-аналізу, показали задовільну точність запропонованого підходу.

Аналіз отриманих результатів дозволяє висловити наступні рекомендації, що стосуються проектування високошвидкісних машин зі збудженням від постійних магнітів рідкоземельної групи:

- використання відкритого прямокутного паза у статорних осердях таких машин є небажаним; це пов’язано з потенційною небезпекою збільшення поверхневих та пульсаційних втрат у роторі до неприпустимо великого значення, що призводитиме до термічного розмагнічування або навіть руйнування полюсів;

- за необхідності використання провідників обмотки прямокутного перерізу пропонуємо обирати напівзакриті прямокутні пази та, як наслідок, стрижньові хвилеві статорні обмотки.

УДК 621.313.823.2

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ ОТ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В РОТОРАХ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

Макарчук А.В., канд.техн.наук

Национальный университет „Львовская политехника”,
ул. С. Бандеры, 12, Львов, 79013, Украина.

e-mail: makar_lp@rambler.ru

В работе приводится аналитическое решение уравнения Гельмгольца для проводящего полупространства в двухмерной постановке. Полученное пространственное распределение векторного магнитного потенциала используется для расчета поля плотности тока и получения зависимостей, позволяющих рассчитать потери от вихревых токов в явнополюсных роторах с поверхностным расположением постоянных магнитов. Для проверки полученных результатов использовалась двухмерная FEM-модель явнополюсной электрической машины с возбуждением от постоянных магнитов. Сравнивались варианты расчета потерь в роторе для машин с полужакрытыми и открытыми пазами на статоре. Показана удовлетворительная точность предлагаемого аналитического метода. Подтверждена нецелесообразность использования открытых пазов статора в высокоскоростных машинах с постоянными магнитами, высказаны рекомендации, касающиеся выбора типа статорных обмоток. Библ. 10, рис. 5.

Ключевые слова: потери от вихревых токов, волновое уравнение Гельмгольца, FEM-анализ, высокоскоростная электрическая машина.

ANALYTICAL CALCULATION OF THE EDDY CURRENTS LOSSES IN THE ROTOR WITH PERMANENT MAGNETS

Makarchuk A.

Lviv Polytechnic National University,
str. Bandery, 12, Lviv, 79013, Ukraine.

e-mail: makar_lp@rambler.ru

An analytical solution of the Helmholtz equation for a conducting half-space in two-dimensional formulation is presented. The received spatial distribution of the magnetic vector potential is used for calculation of the current density and acquisition of dependencies, which allow to calculate the eddy current losses in the salient-pole rotor with exterior arrangement of permanent magnets. Two-dimensional FEM-model salient pole electrical machine with permanent magnet excitation was used to verify these results. The versions of calculating losses in the rotor for machines with half-closed and open slots on the stator are compared. Reasonable accuracy of the offered analytical method is showed. The inexpediency of using open stator slots in high-speed machines with permanent magnets is confirmed, the recommendations about the choice of the type of stator windings are made. References 10, figures 5.

Key words: eddy currents losses, the Helmholtz wave equation, FEM-analysis, high-speed electrical machine.

1. Aglen O. Loss calculation and thermal analysis of a high-speed generator // Proc. of IEMDC. – 2003. – Pp. 1117-1125.
2. Amara, Yacine, Pascal Reghem, and Georges Barakat. Analytical prediction of eddy-current loss in armature windings of permanent magnet brushless AC machines // Magnetics, IEEE Transactions on 46.8 – 2010. – Pp. 3481-3484.
3. Dajaku, Gurakuq, and Dieter Gerling. Eddy current loss minimization in rotor magnets of PM machines using high-efficiency 12-teeth/10-slots winding topology // International Conference on. IEEE "Electrical Machines and Systems" (ICEMS), 2011.
4. Gieras J.F., Wang G.R., Kamper M.J. Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machine. – Kluwer Academic Publishers, 2004. – 340 p.
5. Han, Seok-Hee, Thomas M. Jahns, and Z. Q. Zhu. Analysis of rotor core eddy-current losses in interior permanent-magnet synchronous machines // Industry Applications, IEEE Transactions on 46.1. – 2010. – Pp. 196-205.
6. Li, Jian, et al. Effects of MMF harmonics on rotor eddy-current losses for inner-rotor fractional slot axial flux permanent magnet synchronous machines // Magnetics, IEEE Transactions on 48.2. – 2012. – Pp. 839-842.
7. Makarchuk A. Eddy currents losses in a rotor of the high-speed generator with the permanent magnet excitation // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2013. – No 1. – Pp. 56–61. (Ukr)
8. Niu, Shuangxia, K. T. Chau, and J. Z. Jiang. Analysis of eddy-current loss in a double-stator cup-rotor PM machine // Magnetics, IEEE Transactions on 44.11. – 2008. – Pp. 4401-4404.
9. Wang, Jiabin, et al. Rotor eddy-current loss in permanent-magnet brushless AC machines // Magnetics, IEEE Transactions on 46.7. – 2010. – Pp. 2701-2707.
10. Yamazaki, Katsumi, and Yu Fukushima. Effect of eddy-current loss reduction by magnet segmentation in synchronous motors with concentrated windings // Industry Applications, IEEE Transactions on 47.2. – 2011. – Pp. 779-788.

Надійшла 05.05.2015
Остаточний варіант