

## ВИЗНАЧЕННЯ ПОТУЖНОСТЕЙ ЗА НЕСИМЕТРИЧНИХ РЕЖИМІВ ТРИФАЗНИХ МЕРЕЖ ІЗ ЗАЗЕМЛЕНОЮ НЕЙТРАЛЛЮ

М.Й.Бурбело<sup>1</sup>, докт.техн.наук, С.М.Мельничук<sup>2</sup>

<sup>1</sup>-Вінницький національний технічний університет,  
Хмельницьке шосе, 95, Вінниця, 21021, Україна,

e-mail: [burbelomj@gmail.com](mailto:burbelomj@gmail.com);

<sup>2</sup>-ДП «НЕК «Укренерго» ВП Південно-Західна ЕС,  
І. Богуна, 5, Вінниця, 21100, Україна.

*В статті обґрунтовано доцільність застосування комплексних та миттєвих потужностей, що характеризують несиметричність режиму трифазної мережі із заземленою нейтраллю за зворотною та нульовою послідовностями. Показано, що несиметричність режиму за зворотною послідовністю доцільно характеризувати комплексними і миттєвими умовними потужностями зворотної послідовності. Отримано вирази для комплексних і миттєвих умовних потужностей, що характеризують несиметричність режиму трифазної мережі із заземленою нейтраллю за зворотною та нульовою послідовностями. Установлено зв'язок миттєвих умовних потужностей з напругами і струмами прямої, зворотної та нульової послідовностей. Бібл. 8, рис. 2.*

**Ключові слова:** електричні мережі, несиметричні режими, пульсуючі та умовні потужності, зворотна та нульова послідовності.

**Вступ.** Класичний підхід до визначення потужностей трифазних навантажень ґрунтується на застосуванні комплексної повної потужності у вигляді скалярного добутку векторів трифазних комплексних напруг і спряжених струмів [5]

$$\underline{S} = P + jQ = \left( \dot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{I}^* \right) = \left( \dot{U}_A I_A^* + \dot{U}_B I_B^* + \dot{U}_C I_C^* \right), \quad (1)$$

де  $P, Q$  – активна та реактивна потужності;  $\dot{\mathbf{U}}, \mathbf{I}^*$  – вектори комплексних напруг і спряжених струмів

в фазних координатах, відповідно:  $[\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C]^T, [I_A^*, I_B^*, I_C^*]^T$ .

Реалізація вимірювальних перетворень у цьому випадку полягає у використанні миттєвих активної та реактивної потужностей як скалярного добутку векторів трифазних миттєвих напруг і струмів

$$p = (\mathbf{U} \cdot \mathbf{I}) = (u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C); \quad (2)$$

$$q = (\mathbf{U}' \cdot \mathbf{I}) = (u'_A i_A + u'_B i_B + u'_C i_C), \quad (3)$$

де  $\mathbf{U}, \mathbf{U}', \mathbf{I}$  – вектори напруг і струмів в фазних координатах  $[u_A, u_B, u_C]^T, [u'_A, u'_B, u'_C]^T, [i_A, i_B, i_C]^T$ , штрихом тут і нижче позначено фазовий зсув миттєвих величин на  $-90$  ел. градусів.

Активну та реактивну потужності вимірюють шляхом інтегрування відповідних миттєвих потужностей на періоді  $T$  напруги живлення

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt; \quad Q = \frac{1}{T} \int_0^T q(t) dt. \quad (4)$$

У разі симетричного джерела живлення мережі та навантаження трифазної системи миттєві потужності не змінюються в часі. За несиметричного джерела живлення мережі або навантаження виникають пульсації миттєвих потужностей, які характеризують за допомогою поняття пульсуючої потужності.

За визначенням [4] пульсуюча потужність трифазного несиметричного навантаження є змінною складовою миттєвої активної та реактивної потужностей, яку можна визначити як різницю (зі знаком мінус) миттєвої активної потужності  $p(t)$  і активної потужності  $P$  та миттєвої реактивної потужності  $q(t)$  і реактивної потужності  $Q$  трифазного навантаження

$$N(t) = -(p(t) - P); \quad N'(t) = -(q(t) - Q). \quad (5)$$

Застосування такого підходу не забезпечує оцінювання несиметричності режиму за нульовою послідовністю в мережах із заземленою нейтраллю.

**Мета роботи** полягає в обґрунтуванні доцільності застосування комплексних та миттєвих умовних потужностей за несиметричних режимів в трифазних мережах із заземленою нейтраллю з установленням їхнього зв'язку з фазними, ортогональними та симетричними складниками напруг і струмів.

**Обґрунтування результатів дослідження.** Сучасний підхід до визначення потужностей трифазних навантажень заснований на теорії реактивної потужності С.Фрізе і полягає у використанні миттєвої повної потужності трифазної системи  $s(t)$  як базової величини, яку розкладають на ортогональні складники [7]. Вираз для квадрата миттєвої повної потужності можна подати у вигляді суми квадратів скалярного та векторного добутків векторів трифазних напруг і струмів

$$s^2 = (\mathbf{I} \cdot \mathbf{U})^2 + (\mathbf{I} \times \mathbf{U})^2, \quad (6)$$

де  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{U}$  – вектори струмів і напруг в системі фазних координат  $[i_A, i_B, i_C]^T$ ,  $[u_A, u_B, u_C]^T$  або системі координат Кларка  $[i_\alpha, i_\beta, i_0]^T$ ,  $[u_\alpha, u_\beta, u_0]^T$ .

Скалярний та векторний добутки виразу (6) є відповідно миттєвими активною та реактивною потужностями.

У разі застосування системи фазних координат вирази для миттєвих активної та реактивної потужностей відповідно будуть

$$p = (\mathbf{I} \cdot \mathbf{U}) = (i_A u_A + i_B u_B + i_C u_C); \quad (7)$$

$$q = (\mathbf{I} \times \mathbf{U}) = \sqrt{\begin{vmatrix} i_A & i_B \\ u_A & u_B \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} i_B & i_C \\ u_B & u_C \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} i_C & i_A \\ u_C & u_A \end{vmatrix}^2}. \quad (8)$$

При застосуванні системи координат Кларка згідно з [7] маємо

$$p = (\mathbf{I}_p \cdot \mathbf{U}_p) = (i_\alpha u_\alpha + i_\beta u_\beta + i_0 u_0); \quad (9)$$

$$q = (\mathbf{I}_p \times \mathbf{U}_p) = \sqrt{\begin{vmatrix} i_\alpha & i_\beta \\ u_\alpha & u_\beta \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} i_\beta & i_0 \\ u_\beta & u_0 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} i_0 & i_\alpha \\ u_0 & u_\alpha \end{vmatrix}^2}. \quad (10)$$

Перехід від фазних координат до ортогональних складників здійснюється за формулами

$$\mathbf{I}_p = \mathbf{p}^T \mathbf{I}; \quad \mathbf{U}_p = \mathbf{p}^T \mathbf{U}, \quad (11)$$

де  $\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \sqrt{2/3} & 0 & \sqrt{1/3} \\ -\sqrt{1/6} & \sqrt{1/2} & \sqrt{1/3} \\ -\sqrt{1/6} & -\sqrt{1/2} & \sqrt{1/3} \end{bmatrix}$  – матриця переходу від ортогональних до фазних координат.

З виразу (10) випливає, що миттєва реактивна потужність містить три складники [8]

$$q_0 = i_\alpha u_\beta - i_\beta u_\alpha; \quad q_\alpha = i_\beta u_0 - i_0 u_\beta; \quad q_\beta = i_0 u_\alpha - i_\alpha u_0, \quad (12)$$

для визначення цих складників можна також використати вектори струмів і напруг в фазних координатах згідно з формулою

$$\mathbf{q}_p = \mathbf{p}^T \mathbf{q}, \quad (13)$$

де  $\mathbf{q}_p$ ,  $\mathbf{q}$  – вектори миттєвих складників реактивної потужності в системі координат Кларка і системі фазних координат, відповідно:  $\mathbf{q}_p = [q_\alpha \quad q_\beta \quad q_0]^T$ ,  $\mathbf{q} = [q_A \quad q_B \quad q_C]^T$ , де  $q_A = i_B u_C - i_C u_B$ ,  $q_B = i_C u_A - i_A u_C$ ,  $q_C = i_A u_B - i_B u_A$ .

Складник  $q_0$  відповідає поняттю миттєвої реактивної потужності для мережі з ізольованою нейтраллю. Два інших складники характеризують появу напруги, струму нульової послідовності в мережі із заземленою нейтраллю.

Пульсуюча потужність  $N_q(t)$  миттєвої реактивної потужності  $q_0$

$$N_q(t) = -(q_0(t) - Q_0), \quad (14)$$

відрізняється за амплітудою та фазою від пульсуючої потужності  $N'(t)$  [1].

Поряд з пульсуючими потужностями несиметричність режиму доцільно характеризувати умовними потужностями зворотної послідовності. За синусоїдних напруг і струмів комплексні пульсуючу  $\underline{N}$  [4, 6] та умовну  $\underline{S}_2$  [3] потужності, які однозначно характеризують пульсації активної потужності  $p$ , доцільно доповнити комплексними пульсуючою  $\underline{N}_q$  та умовною  $\underline{S}_{2q}$  потужностями [1], які однозначно характеризують пульсації реактивної потужності  $q_0$ , тобто:

$$\underline{N} = 3(\dot{U}_1 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 \dot{I}_1); \quad \underline{N}_q = 3(\dot{U}_1 \dot{I}_2 - \dot{U}_2 \dot{I}_1); \quad (15)$$

$$\underline{S}_2 = 3(\dot{U}_1 \dot{I}_2 + \dot{U}_2 \dot{I}_1); \quad \underline{S}_{2q} = 3(\dot{U}_1 \dot{I}_2 - \dot{U}_2 \dot{I}_1), \quad (16)$$

де  $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{I}_1, \dot{I}_2$  – комплексні напруги та струми відповідно прямої та зворотної послідовностей;  $\dot{I}_1, \dot{I}_2$  – комплексні спряжені струми відповідних послідовностей.

Комплексні пульсуючі та умовні потужності зворотної послідовності можна записати в системі координат Кларка

$$\underline{N} = \dot{U}_\alpha \dot{I}_\alpha + \dot{U}_\beta \dot{I}_\beta; \quad \underline{N}_q = j(\dot{U}_\beta \dot{I}_\alpha - \dot{U}_\alpha \dot{I}_\beta); \quad (17)$$

$$\underline{S}_2 = \dot{U}_\alpha^* \dot{I}_\alpha - \dot{U}_\beta^* \dot{I}_\beta; \quad \underline{S}_{2q} = j(\dot{U}_\alpha^* \dot{I}_\beta + \dot{U}_\beta^* \dot{I}_\alpha), \quad (18)$$

де  $\dot{U}_\alpha, \dot{U}_\beta, \dot{I}_\alpha, \dot{I}_\beta, \dot{I}_\alpha^*, \dot{I}_\beta^*$  – комплексні напруги і струми та комплексні спряжені струми в цій системі.

Застосування пульсуючих потужностей для оцінювання несиметричності режиму пов'язане зі складністю вимірювань їхніх ортогональних складників. З цієї точки зору кращим є застосування миттєвих умовних потужностей [2], інформативними параметрами яких є постійні складові, а вимірювання може бути реалізовано шляхом інтегрування відповідних миттєвих величин на ковзному інтервалі часу тривалістю, що дорівнює половині періоду напруги живлення.

Згідно з виразами (18) комплексні умовні потужності зворотної послідовності  $\underline{S}_2$  та  $\underline{S}_{2q}$  можна характеризувати складниками миттєвих умовних потужностей зворотної послідовності, відповідно

$$p_2 = u_\alpha i_\alpha - u_\beta i_\beta; \quad q_2 = u'_\alpha i_\alpha - u'_\beta i_\beta; \quad (19)$$

$$p_{2q} = -u'_\alpha i_\beta - u'_\beta i_\alpha; \quad q_{2q} = u_\beta i_\alpha + u_\alpha i_\beta. \quad (20)$$

Відзначимо, що для визначення  $p_2$  та  $q_{2q}$  можна також використати формули

$$p_2 = (u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C); \quad q_{2q} = (u_{AB} i_B + u_{BC} i_A + u_{CA} i_C) / \sqrt{3}, \quad (21, 22)$$

звідки випливає, що для вимірювання цих потужностей можна використати прилади, які застосовують для вимірювання активної та реактивної потужностей після перекомутації кіл струму.

Недоліком застосування величин, визначених за формулами (19), є велика амплітуда коливань їхніх змінних складових, що призводить до перерегулювання в системах автоматичного керування пристроями симетрування. Значно менша амплітуда пульсацій величин забезпечується у випадку їхнього визначення за формулами [2]

$$p_2 = u_\alpha i_\alpha - u'_\beta i'_\beta; \quad q_2 = u'_\alpha i_\alpha + u_\beta i'_\beta. \quad (23)$$

Аналогічно, для забезпечення стійкості систем автоматичного керування замість формул (20), які характеризуються великою амплітудою коливань їхніх змінних складових, краще використовувати такі вирази:

$$p_{2q} = u_\alpha i'_\beta - u'_\beta i_\alpha; \quad q_{2q} = u_\beta i_\alpha + u'_\alpha i'_\beta. \quad (24)$$

Складники миттєвих умовних потужностей (23), (24) мають постійні складові (рис. 1), які є інформативними параметрами. Постійні складові  $p_2$  та  $q_2$  характеризують дійсну та уявну частини потужності  $\underline{S}_2$ , а постійні складові  $p_{2q}$  та  $q_{2q}$  – дійсну та уявну частини потужності  $\underline{S}_{2q}$ . Змінна складова  $p_2$  збігається зі змінною складовою потужності  $p$ , а змінна складова  $q_2$  близька до змінної

складової потужності  $q_0$ , змінна складова  $p_{2q}$  близька до змінної складової потужності  $p$ , а змінна складова  $q_{2q}$  збігається зі змінною складовою потужності  $q_0$ .

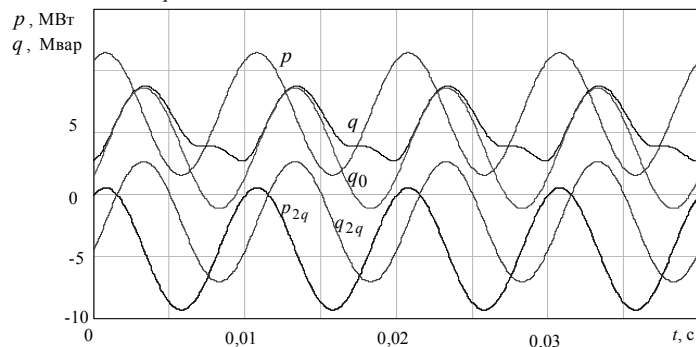


Рис. 1

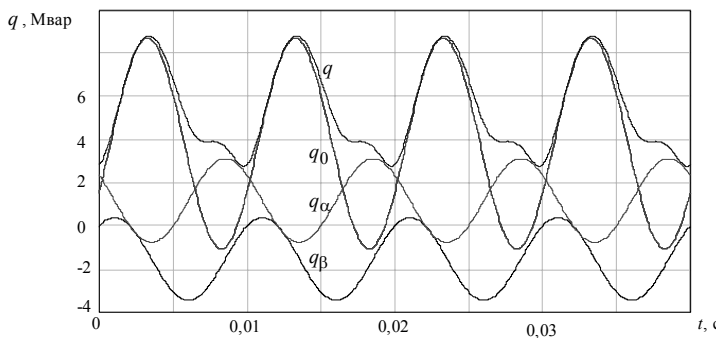


Рис. 2

Шляхом комп'ютерного моделювання встановлено, що потужності, які характеризують незрівноваженість режиму, можна виразити через симетричні складові напруг і струмів прямої та зворотної послідовностей у вигляді

$$p_{10} = 3(u_1 i_0 - u_0 i_1); \quad q_{10} = 3(u'_1 i_0 - u_0 i'_1); \quad (27)$$

$$p_{20} = 3(u_2 i_0 - u_0 i_2); \quad q_{20} = 3(u'_2 i_0 - u_0 i'_2), \quad (28)$$

причому 
$$p_{10} + p_{20} = \sqrt{2} q_\beta; \quad q_{10} + q_{20} = \sqrt{2} q_\alpha. \quad (29)$$

Методична похибка виконання рівностей (25) і (29) становить приблизно 0,001 %.

Таким чином, несиметричні режими трифазних мереж із заземленою нейтраллю доцільно характеризувати миттєвими умовними потужностями  $p_{2q}, q_{2q}$  та  $q_\beta, q_\alpha$  або їхніми складниками  $p_{10}, q_{10}$  та  $p_{20}, q_{20}$ , які мають ясний фізичний зміст.

**Висновки.** Проаналізовано можливості визначення потужностей несиметричних режимів у трифазних мережах із заземленою нейтраллю з використанням ортогональних складників миттєвих потужностей. Показано, що несиметричність режиму мережі доцільно характеризувати умовними потужностями зворотної та нульової послідовностей, які несуть інформацію як про амплітуду пульсацій, так і про характер несиметрії, що виникла в мережі, а їхнє вимірювання може бути реалізоване шляхом інтегрування на половині періоду напруги живлення відповідних миттєвих величин. Отримано вирази для комплексних і миттєвих умовних потужностей, що характеризують несиметричність режиму трифазної мережі за зворотною та нульовою послідовностями. Установлено зв'язок миттєвих умовних потужностей з напругами і струмами прямої, зворотної та нульової послідовностей.

1. Бурбело М.Й., Мельничук С.М. Визначення потужностей трифазної несиметричної системи з ізольованою нейтраллю // Технічна електродинаміка. – 2013. – № 6. – С. 66–70.

2. Бурбело М.Й., Мельничук С.М., Никитенко М.В. Вимірювання параметрів несиметричних швидкозмінних трифазних навантажень // Технічна електродинаміка. – 2011. – № 2. – С. 54–56.

3. Маркушевич Н.С., Солдаткина Л.А. Качество напряжения в городских электрических сетях. – М.: Энергия, 1975. – 256 с.

4. Мельников Н. А. Реактивная мощность в электрических сетях. – М.: Энергия, 1975. – 128 с.

Проведене комп'ютерне моделювання підтвердило, що миттєві умовні потужності (24) можуть бути записані через симетричні складові напруг і струмів прямої та зворотної послідовностей, відповідно

$$p_{2q} = p_{12} = 3(u_1 i_2 - u_2 i_1);$$

$$q_{2q} = q_{12} = 3(u'_1 i_2 - u'_2 i_1). \quad (25)$$

Що стосується складників  $q_\alpha$  і  $q_\beta$ , то вони теж мають постійні складові, а період їхніх пульсацій дорівнює періоду пульсацій потужності  $q_0$  (рис. 2).

Згідно з виразами (12) незрівноваженість режиму мережі із заземленою нейтраллю можна характеризувати умовними комплексними потужностями нульової послідовності

$$\underline{S}_\alpha = -\dot{U}_\beta \dot{I}_0 + \dot{U}_0 \dot{I}_\beta; \quad \underline{S}_\beta = \dot{U}_\alpha \dot{I}_0 - \dot{U}_0 \dot{I}_\alpha, \quad (26)$$

дійсні складники яких характеризують постійні складові відповідно величин  $q_\alpha, q_\beta$ , а модулі – амплітуду пульсацій  $q_\alpha, q_\beta$ .

5. Пухов Г.Е. Теория мощности системы периодических многофазных токов // Электричество. – 1953. – № 2. – С. 56–61.

6. Шидловский А.К., Кузнецов В.Г. Повышение качества энергии в электрических сетях. – К.: Наукова думка, 1985. – 268 с.

7. Akagi H., Watanabe E.H., Aredes M. Instantaneous power theory and applications to power conditioning. – IEEE Press: Wiley-Interscience, 2007. – 379 p.

8. Peng F.Z., J.-S. Lai. Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Power Systems // IEEE Trans. Inst. Meas. – 1996. – Vol. 45. – No 1. – Pp. 293–297.

УДК 621.317.7

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТЕЙ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ РЕЖИМАХ ТРЕХФАЗНЫХ СЕТЕЙ С ЗАЗЕМЛЕННОЙ НЕЙТРАЛЬЮ

М.И.Бурбело<sup>1</sup>, докт.техн.наук, С.Н. Мельничук<sup>2</sup>

<sup>1</sup> - Винницкий национальный техн. ун-т, Хмельницкое шоссе, 95, Винница, 21021, Украина,

<sup>2</sup> - ГП «НЭК «Укрэнерго» ОП Юго-Западная ЭС, ул. И. Богуна, 5, Винница, 21100, Украина.

e-mail: [burbelomj@gmail.com](mailto:burbelomj@gmail.com);

*В статье обоснована целесообразность применения комплексных и мгновенных мощностей, характеризующих несимметричность режима трехфазной сети с заземленной нейтралью по обратной и нулевой последовательностям. Показано, что несимметричность режима по обратной последовательности целесообразно характеризовать комплексными и мгновенными условными мощностями обратной последовательности. Получены выражения для комплексных и мгновенных условных мощностей, характеризующих несимметричность режима трехфазной сети с заземленной нейтралью по обратной и нулевой последовательностям. Установлена связь мгновенных условных мощностей с напряжениями и токами прямой, обратной и нулевой последовательностей. Библ. 8, рис. 2.*

**Ключевые слова:** электрические сети, релейная защита, несимметричные режимы, пульсирующая и условная мощности, обратная и нулевая последовательность.

## DETERMINATION POWERS AT UNSYMMETRICAL MODES OF THREE-PHASE NETWORKS WITH GROUNDED NEUTRAL

M.J.Burbelo<sup>1</sup>, S.M.Melnichuk<sup>2</sup>,

<sup>1</sup> - Vinnytsia National. Techn. University, Khmelnytske shose, 95, Vinnytsia, 21021, Ukraine,

<sup>2</sup> - State Enterprise “NPC “Ukrenerho” SU Southwestern Electric Power System,

I. Boguna str., 5, Vinnytsia, 21100, Ukraine.

e-mail: [burbelomj@gmail.com](mailto:burbelomj@gmail.com);

*In the article application of integrated and instantaneous power in unbalanced three-phase network with grounded neutral to negative and neutral sequences is proved. It is shown that the asymmetry modes on the reverse sequence should be characterized by complex and instant apparent power of the negative sequence. Expressions for integrated and instantaneous conditional power in unbalanced three-phase network with grounded neutral to negative and neutral sequences are obtained. Connection between instantaneous conditional power with voltages and currents positive, negative and zero sequence are found. References 8, figures 2.*

**Keywords:** power networks, relay protection, unsymmetrical modes, throbbing and conditional power, negative and zero sequence.

1. Burbelo M.J., Melnychuk S.M. Determination of the three-phase unbalanced power system with isolated neutral // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2013. – No 6. – Pp. 66–70. (Ukr)

2. Burbelo M.J., Melnychuk S.M., Nikitenko M.V. Measurement of parameters of asymmetrical quick-change three-phase loadings // Tekhnichna Elektrodynamika. – 2011. – No 2. – Pp. 54–56. (Ukr)

3. Markushevich N.S., Soldatkina L.A. Voltage Quality in Urban Electric Networks. – Moskva: Energiia, 1975. – 256 p. (Rus)

4. Melnikov N. A. Reactive power consumption in the network of electrical. – Moskva: Energiia, 1975. – 128 p. (Rus)

5. Pukhov G. E. Power Systems Theory periodic multiphase currents // Elektrichestvo. – 1953. – No 2. – Pp. 56–61. (Rus)

6. Shydlovskiy A.K., Kuznetsov V.G. Improving power quality in electrical networks. – Kyiv: Naukova dumka, 1985. – 268 p. (Rus)

7. Akagi H, Watanabe E.H., Aredes M. Instantaneous power theory and applications to power conditioning. – IEEE Press: Wiley-Interscience, 2007. – 379 p.

8. Peng F.Z, J.-S. Lai. Generalized Instantaneous Reactive Power Theory for Three-Phase Power Systems // IEEE Trans. Inst. Meas. – 1996. – Vol. 45. – No. 1. – Pp. 293–297.

Надійшла 19.02.2015

Остаточний варіант 26.03.2015