

Математическая модель вентильного индукторно-реактивного двигателя, питающегося от выпрямителя

При противовключении какой-либо фазы обмотки вентильного индукторно-реактивного двигателя, в соответствии с используемой математической моделью, знак напряжения на обмотке изменяется на противоположный, а величина напряжения при этом остается неизменной. Такая математическая модель адекватна в том случае, если вентильный индукторно-реактивный двигатель питается от генератора постоянного тока или аккумулятора. При питании вентильного индукторно-реактивного двигателя от выпрямителя при противовключении энергия, запасенная в индуктивности обмотки, переходит в емкость на выходе выпрямителя, а выпрямитель замыкается зоросшим напряжением на емкости. При этом система дифференциальных уравнений, описывающих электромагнитные процессы в двигателе, видоизменяется. Предложена математическая модель, учитывающая указанные особенности.

При противовключенні будь-якої фази обмотки вентильного індукторно-реактивного двигуна, відповідно до математичної моделі, що використовується, знак напруги на обмотці змінюється на протилежний, а величина напруги при цьому залишається незмінною. Така математична модель адекватна в тому випадку, коли вентильний індукторно-реактивний двигун живиться від генератора постійного струму або акумулятора. При живленні вентильного індукторно-реактивного двигуна від випрямляча при противовключенні енергія, що запасена в індуктивності обмотки, переходить у емність на вихід випрямляча, а випрямляч замикається підвищеною напругою на емністі. При цьому система диференціальних рівнянь, що описує електромагнітні процеси у двигуні, видозмінюється. Запропоновано математичну модель, що враховує зазначені особливості.

В настоящее время в передовых странах мира постоянно расширяется производство вентильных индукторно-реактивных двигателей [1,7]. В.И. Ткачук [11] и Ю.В. Миускин [8] показали, что при использовании емкостных накопителей энергии габаритная мощность вентильных индукторно-реактивных двигателей увеличивается на 35–38% и становится практически одинаковой с габаритной мощностью асинхронных машин. Наряду с этим проводятся работы по дальнейшему их совершенствованию, постоянно ведутся углубленные экспериментальные и теоретические исследования электромагнитных и электромеханических процессов в этих машинах, без которых невозможно улучшение их конструкции, снижение массогабаритных показателей и повышение энергетических характеристик. В литературных источниках [2,7,10,11] и многих других электромагнитные и электромеханические процессы в вентильном индукторно-реактивном двигателе описываются уравнениями

$$U = ri + \partial\Psi / \partial t, \quad (1)$$

$$M_{\text{дв}} - M_c = J \partial\omega / \partial t, \quad (2)$$

где U — напряжение источника питания, r — активное сопротивление обмотки статора, Ψ — потокосцепление, t — время,

$$M_{\text{дв}}(t, \lambda) = \int_0^i \left(\partial\Psi / \partial\lambda \right) di, \quad (3)$$

$M_{\text{дв}}$ — момент двигателя, M_c — момент сопротивления механизма, J — суммарный момент инерции двигателя и механизма, ω — угловая скорость вращения, λ — угол поворота ротора.

Следует отметить, что существуют программы, которые позволяют при расчете поля рассчитывать момент, но в эти программы необходимо в качестве исходных данных вводить распределение и величины токов, которые изменяются во времени. Характер их изменения можно определить только из решения системы дифференциальных уравнений. При решенной же системе момент определяется по приведенной формуле и при этом нет необходимости определять его, решая полевую задачу. На основании расчета поля представляется целесообразным определять минимальную индуктивность с учетом насыщения.

Левая часть первого уравнения за цикл коммутации принимает три значения:

— U — когда обмотка подключена к выпрямителю, при этом транзисторы $SV1$ и $SV2$ (рис. 1, а) открыты. При этом включении напряжение на емкости $U_C = U$;

— 0 — когда обмотка закорочена сама на себя, при этом транзистор $SV1$ закрыт, а $SV2$ открыт (рис. 1, б);

— $(-U)$ — когда начало и конец обмотки поменялись местами относительно зажимов выпрямителя (режим противовключения), при этом оба транзистора закрыты (рис. 1, в).

Но последняя ситуация будет иметь место

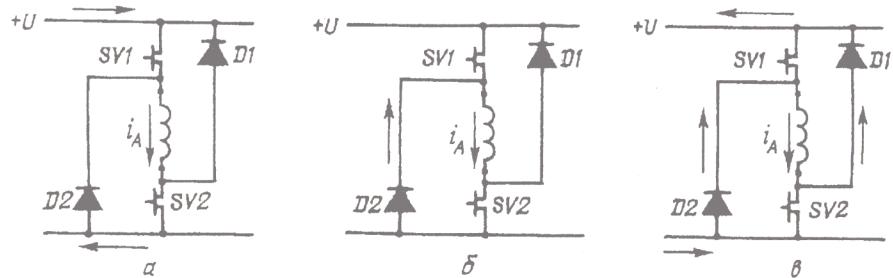


Рис. 1

только в том случае, если вентильный индукторно-реактивный двигатель питается от аккумулятора или генератора постоянного тока. При этом энергия, запасенная в обмотке, будет возвращаться в источник. В случае же питания от сети переменного тока через выпрямитель, к выходу которого подсоединен конденсатор (рис. 2), напряжение на выходе обмотки, превышающее напряжение на выходе выпрямителя, запрет его и уравнение (1) запишется

$$U_C = r_i + \partial\Psi / \partial t, \quad (4)$$

где U_C — напряжение на конденсаторе.

Потокосцепление Ψ является функцией тока i и угла поворота ротора λ . С учетом этого (4) можно представить в виде

$$U_C = r_i + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial\Psi}{\partial \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial t}.$$

Т. к.

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = \omega, \quad (5)$$

то окончательно можно записать

$$U_C = r_i + \frac{\partial\Psi}{\partial i} \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\partial\Psi}{\partial \lambda} \cdot \omega. \quad (6)$$

Целью данной статьи является рассмотрение электромагнитных и электромеханических процессов в вентильном индукторно-реактивном двигателе при его питании через выпрямитель.

При парной симметричной и несимметричной коммутации параллельно конденсатору могут одновременно быть присоединены несколько фаз. В этом случае емкостной ток можно представить в

виде

$$i_C = i_B - \sum_{k=1}^m K_{iC} \cdot i_k, \quad (7)$$

где i_B — ток выпрямителя, k — номер фазы, m — число фаз,

$$K_{iC} = \begin{cases} 1, & \text{если } \gamma_{on} \leq \lambda \leq \alpha_k \text{ и } i \leq i_{rp}; \\ 0, & \text{если } \alpha_k \leq \lambda \leq \gamma_{off}; \\ 0, & \text{если } i \geq i_{rp}; \\ -1, & \text{если } \gamma_{off} \leq \lambda \leq 2\pi \text{ и } i \geq 0, \end{cases}$$

где K_{iC} — коэффициент, указывающий направление тока обмотки относительно точки соединения конденсатора с положительным зажимом выпрямителя, γ_{on} — угол включения обмотки, λ — текущее значение угла поворота ротора, α_k — угол закорачивания обмотки, i_{rp} — обеспечиваемое коммутатором граничное значение тока, γ_{off} — угол противовключения обмотки.

Поскольку в (1) напряжение U было постоянным, независящим от времени, а в уравнении (6) напряжение на емкости U_C является функцией времени, то необходимо составить еще одно дифференциальное уравнение для его определения.

Из уравнения электрического равновесия для контура, состоящего из сети с напряжением U_1 , диодов и емкости с напряжением U_C , для тока через выпрямитель можно записать

$$i_B = (U_1 - U_C) / 2r_B(U). \quad (8)$$

Здесь $r_B(U)$ — сопротивление диодов как функция

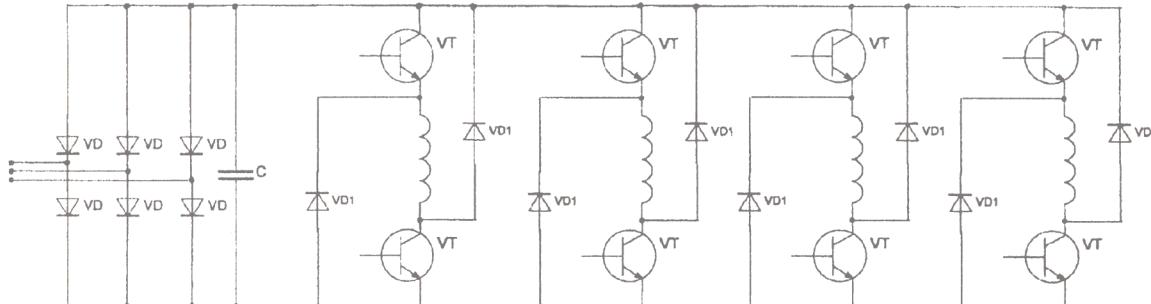


Рис. 2

от приложенного напряжения, которое аппроксимируется выражением

$$r_B(U) = a \cdot \exp(b U + r_o), \quad (9)$$

где a и b — константы, определяемые с помощью вольтамперной характеристики диода, r_o — сопротивление диода в открытом состоянии.

Ток через емкость

$$i_C = C \cdot dU_C/dt. \quad (10)$$

Подставив в (7) значения i_B и i_C по (8),(10), получим

$$\frac{dU_C}{dt} = \frac{U_1 - U_c}{2r_B(U) \cdot C} - \sum_{k=1}^m K_{iC} \cdot i_k. \quad (11)$$

Производные от потокосцепления по углу поворота ротора и по току входят в (3),(6). С помощью функций сплайн-интерполяции и сплайн-аппроксимации системы MathCAD 2001 [4] получено выражение для зависимости потокосцепления от тока и угла поворота ротора в виде

$$\Psi(i, \lambda) = \begin{cases} L(\lambda) \cdot i, & \text{если } i \leq i_{rp}\{L(\lambda)\}; \\ \Psi_C(i) - \Psi_C\{i_{rp}\{L(\lambda)\}\} + L(\lambda) \cdot i_{rp}\{L(\lambda)\}, & \text{если } i \geq i_{rp}\{L(\lambda)\}, \end{cases} \quad (12)$$

где $L(\lambda) = 0,5[L_{max} + L_{min} - (L_{max} - L_{min}) \cdot \cos(\lambda)]$ — зависимость индуктивности от угла поворота ротора; $\Psi_C(i)$ — зависимость потокосцепления от тока при согласованном положении зубцов ротора и статора; $i_{rp}\{L(\lambda)\}$ — зависимость граничного тока линейного участка от текущего значения его индуктивности, которая, в свою очередь, является функцией от угла поворота ротора λ . Определение этой функции освещено в [5].

Функции, входящие во вторую строку (12), не представлены аналитически. Поэтому производную первого слагаемого определяем численно по точкам

$$\frac{\partial \Psi_{Ck}}{\partial i_k} = \frac{\Psi_C(1,001 \cdot i_k) - \Psi_C(i_k)}{0,001 \cdot i_k}, \quad (13)$$

а затем определяем функцию $\Psi_{ic}(i)$ сплайн-интерполяцией и сплайн-аппроксимацией. Т.к. $\Psi_{ic}(i)$ является монотонно убывающей функцией, то аппроксимировать ее, используя процедуры MathCAD, невозможно. Поэтому аппроксимации была подвергнута функция, представляющая собой разность $\Delta L(i) = L_{max} - \Psi_{ic}(i)$, которая монотонно возрастает. После получения аппроксимирующей зависимости искомая функция была представлена в

виде $\Psi_{ic} = L_{max} - \Delta L(i)$. Что же касается производной от потокосцепления по углу поворота ротора $\partial \Psi / \partial \lambda$, то ее невозможно получить сплайн-интерполяцией и сплайн-аппроксимацией, т.к. она не является монотонно возрастающей функцией. Для получения аналитической зависимости $\partial \Psi / \partial \lambda = f(\lambda)$ с шагом, равным 1 градусу, в интервале от 0 до 360 электрических градусов вычисляются значения суммы второго и третьего слагаемых нижней строчки (12), т. к. только эти слагаемые зависят от угла поворота ротора λ . Затем, используя реализованную в MathCAD функцию linfit, осуществляющую линейную регрессию общего вида [4], определяем аналитическую зависимость суммы указанных слагаемых от угла поворота ротора. Установлено, что наилучшим образом приближение обеспечивается функцией вида

$$\Psi_{2,3}(\lambda) = K_0 + K_1 \cdot L(\lambda)^{0.47} + K_2 \cdot \lambda^2. \quad (14)$$

На рис. 3 показана пунктирной линией исходная функция, а сплошной — аппроксимирующая. (Для исследуемого двигатели $P=3$ кВт, $n=6000$ об/мин, принято: $Z_C=8$, $Z_p=6$, $K_0=-0,447$, $K_1=1,858$, $K_2=-1,628 \cdot 10^{-6}$).

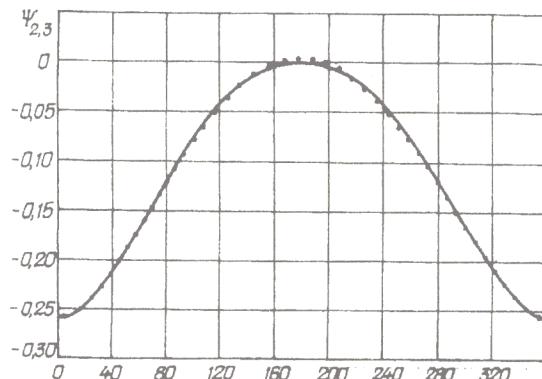


Рис. 3

По функциям (12–14) определяются частные производные от потокосцепления по току и углу поворота ротора

$$\Psi_i(i, \lambda) = \begin{cases} L(\lambda), & \text{если } i \leq i_{rp}\{L(\lambda)\}; \\ \Psi_{ic}(i), & \text{если } i \geq i_{rp}\{L(\lambda)\}, \end{cases} \quad (15)$$

$$\Psi_\lambda(i, \lambda) = \begin{cases} 0,5(L_{max} - L_{min}) \sin(\lambda)i, & \text{если } i \leq i_{rp}\{L(\lambda)\}; \\ 0,235K_1 L(\lambda)^{-0,53} (L_{max} - L_{min}) \sin(\lambda) + 2K_2 \lambda, & \text{если } i \geq i_{rp}\{L(\lambda)\}. \end{cases} \quad (16)$$

Аналитическая зависимость (16) позволяет получить выражение для момента двигателя

$$M_{\text{дв}}(i, \lambda) = \begin{cases} 0,25(L_{\max} - L_{\min}) \sin(\lambda) i^2, & \text{если } i \leq i_{\text{гр}}[L(\lambda)]; \\ 0,25(L_{\max} - L_{\min}) \sin(\lambda) i_{\text{гр}}^2 [L(\lambda)]^2 + \\ + [0,235 K_1 L(\lambda)^{-0,53} (L_{\max} - L_{\min}) \sin(\lambda) + \\ + 2K_2 \lambda] \cdot [i - i_{\text{гр}}[L(\lambda)]], & \text{если } i \geq i_{\text{гр}}[L(\lambda)]. \end{cases} \quad (17)$$

Совокупность приведенных формул позволяет записать систему дифференциальных уравнений, представляющую математическую модель вентильного индукторно-реактивного двигателя

$$\begin{cases} U_C = ri_1 + \Psi_i(i_1, \lambda) \cdot \frac{\partial i_1}{\partial t} + \Psi_\lambda(i_1, \lambda) \omega \\ \dots \\ U_C = ri_m + \Psi_i(i_m, \lambda) \cdot \frac{\partial i_m}{\partial t} + \Psi_\lambda(i_m, \lambda) \omega \\ \sum_{k=1}^m M_{\text{двк}}(i, \lambda) - M_c = J \frac{\partial \omega}{\partial t} \\ \frac{dU_C}{dt} = \left\{ \frac{U_1 - U_C}{2r_B(U)} - \sum_{k=1}^m K_{iC} \cdot i_k \right\} \frac{1}{C} \\ \omega = \partial \lambda / \partial t \end{cases} \quad (18)$$

Полученная система дифференциальных уравнений является нелинейной, и ее интегрирование может быть осуществлено методом Рунгекутта. Для этого ее необходимо представить разрешенной относительно первых производных от искаемых величин

$$\begin{cases} \frac{\partial i_1}{\partial t} = \frac{U_C - ri_1 - \Psi_\lambda(i_1, \lambda) \cdot \omega}{\Psi_i(i_1, \lambda)} \\ \dots \\ \frac{\partial i_m}{\partial t} = \frac{U_C - ri_m - \Psi_\lambda(i_m, \lambda) \cdot \omega}{\Psi_i(i_m, \lambda)} \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} = \left[\sum_{k=1}^m M_{\text{двк}}(i, \lambda) - M_c \right] / J \\ \frac{dU_C}{dt} = \left\{ \frac{U_1 - U_C}{2r_B(U)} - \sum_{k=1}^m K_{iC} \cdot i_k \right\} \frac{1}{C} \\ \omega = \partial \lambda / \partial t. \end{cases} \quad (19)$$

Интегрирование данной системы следует выполнять с шагом не более 5 мксек. Иначе памяти компьютера не хватит, чтобы рассчитать весь процесс от момента включения двигателя до установившегося режима. Поэтому первоначально задаются нулевые начальные условия для токов фаз, скорости вращения, угла поворота ротора, $U_c = U_1$ для напряжения на емкости. Затем при последующем этапе интегрирования системы в качестве на-

чальных условий берутся значения указанных величин, полученные в конечной точке предыдущего этапа. Таким образом, за несколько циклов удается дойти до установившегося режима.

В результате интегрирования при одинаковых параметрах двигателя системы (19) и системы, описывающей процессы в двигателе при его питании от аккумулятора без емкости, получены следующие отличия:

— при одиночной коммутации напряжение на емкости в переходном процессе повышается на 53% (рис. 4, а, б: для более полного представления формы изменения напряжения на емкости график на рис. 4, а представлен в большем масштабе по времени по оси абсцисс; для представления характера изменения амплитуды напряжения от времени в малом масштабе по времени приведен график рис. 4, б);

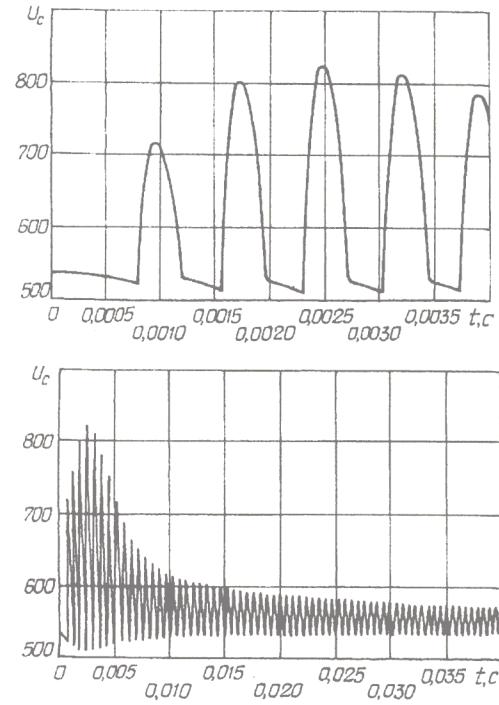


Рис. 4

— скорость вращения ротора при разгоне на 6–7% выше (рис. 5, сплошная кривая — разгон с емкостью, пунктирная — без емкости);

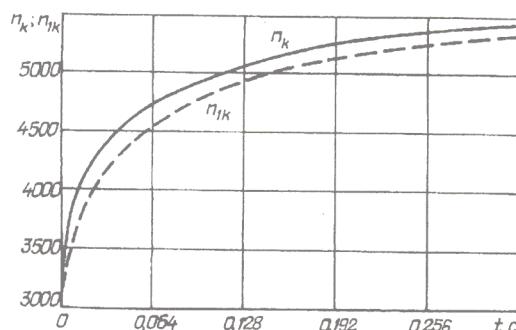


Рис. 5

— при парной коммутации максимальное напряжение на емкости снижается до 10% за счет частичного разряда противовключенной фазы на фазу, находящуюся под прямым включением;

— отличия в токах, потоках, моментах и скоростях вращения практически отсутствуют;

— при увеличении емкости, даже при одиночной коммутации, превышение напряжения снижается, так при емкости 25 мкФ оно составляло 53%, а при емкости 100 мкФ — 8%;

Как показано в [6], характер функции $L(\lambda)$ существенно видоизменяется в зависимости от степени насыщения сердечников статора и ротора. Учесть изменение зависимости индуктивности от угла поворота ротора можно введением третьей гармоники

$$L_h(\lambda) = L(\lambda) + L_3 \cos(3\lambda) - L_{\text{const}}, \quad (20)$$

где $L_h(\lambda)$ — зависимость индуктивности от угла поворота ротора при насыщении, L_3 и L_{const} — амплитуда третьей гармоники и постоянная составляющая указанной функции.

Аппроксимация зависимости индуктивности от угла поворота ротора также осуществлена более универсальной и точной функцией [7]

$$L(\lambda) = \begin{cases} L_{\min} + d \cdot \lambda^{12}, & \text{если } 0 \leq \lambda \leq \gamma_1; \\ L_{\min} + d \cdot \lambda^{12} + k_a (\lambda - \gamma_1), & \text{если } \gamma_1 \leq \lambda \leq \gamma_{hr}; \\ L_{\max} - D_1 (\pi - \lambda)^{k_1} & \text{при остальных значениях } \lambda, \end{cases} \quad (21)$$

где $\gamma_1 = \pi - \frac{\beta_s + \beta_r}{2}$, β_s и β_r — дуги статора и ротора

соответственно, $d = \frac{k_a}{11\gamma_1^{11}}$, $k_a = \frac{(L_{\max} - L_{\min})}{(\gamma_2 - \gamma_1)}$,

$\gamma_2 = \pi - \frac{|\beta_s - \beta_r|}{2}$, $D_1 = \frac{L_{\max} - A}{(\gamma_a - \gamma_{hr})k_1}$, $k_1 = \frac{k_a(\gamma_a - \gamma_{hr})}{L_{\max} - A}$,

$A = L_{\min} + d \cdot \gamma_1^{12} + k_a(\gamma_{hr} - \gamma_1)$, $\gamma_{hr} = 0,95 \cdot \gamma_2$.

На рис. 6 показаны кривые изменения тока фазы при ненасыщенном магнитопроводе — сплошная линия, при насыщенном магнитопроводе — пунктирная линия и при насыщенном магнитопроводе и замыкании обмотки самой на себя при значении угла поворота ротора 110 электрических градусов — штрих-пунктирная кривая. Из этих кривых, полученных интегрированием системы (19), видно, что при насыщении в кривой тока появляется провал, а при замыкании обмотки самой на себя за 40 электрических градусов перед противовключением имеет место более кратковременное спадание тока до нуля. Благодаря этому при неизменной полезной мощности повышается

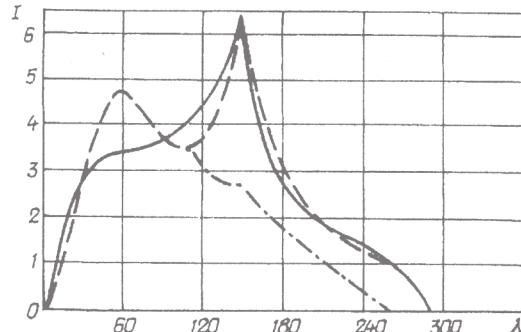


Рис. 6

КПД, т. к. в зоне углов, больших 180 электрических градусов, снижается тормозной момент, кроме того снижается действующее значение тока, что, в свою очередь, обуславливает снижение потерь в обмотке и увеличение КПД. Этот эффект проявляется, если магнитопровод насыщен: при ненасыщенном магнитопроводе наилучшие результаты получаются, если время пребывания обмотки в закороченном состоянии минимально и равно времени, необходимому для нормальной коммутации транзисторов.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

1. При проектировании вентильных индукторно-реактивных двигателей необходимо при противовключении в системе дифференциальных уравнений учитывать изменение напряжения на емкости, особенно при одиночной коммутации, т.к. при этом возможно появление перенапряжения порядка 50–60%, которое может вывести из строя коммутатор.

2. В режиме пуска указанное напряжение несколько видоизменяет характер зависимости скорости вращения от времени, что также необходимо учитывать в электроприводах, где время пуска нормируется.

3. Увеличением емкости можно практически исключить перенапряжение.

4. При парной коммутации перенапряжение значительно снижается, что позволяет использовать меньшую емкость на выходе выпрямителя.

1. Бычков М.Г. Вентильно-индукторный электропривод: современное состояние и перспективы развития // Рынок электротехники. — 2007. — №3. — С. 48–55.

2. Бычков М.Г. Элементы теории вентильно-индукторного электропривода // Электричество. — 1997. — №8. — С. 36–44.

3. Голландцев Ю.А. Вентильные индукторно-реактивные двигатели. — С.-Пб: 2003. — 149 с.

4. Дьяков В.П. Справочник по MathCAD PLUS 7.0 PRO. Универсальная система математических расчетов. — М.: СК Пресс, 1998. — 352 с.

5. Зинченко Е.Е., Финкельштейн В.Б. Методика аппроксимации кривых намагничивания вентильных индукторно-реактивных двигателей // Електротехніка і електромеханіка.

- 2009. — №1. — С. 13—16.
6. Зинченко Е.Е. Экспериментальное исследование параметров вентильных индукторно-реактивных двигателей. // Вестник Нац. техн. ун-та „ХПИ”. — 2008. — № 40. — С. 30—38.
 7. Кузнецов В.А., Кузьмичев В.А. Вентильно-индукторные двигатели. — М.: МЭИ. 2003. — 70 с.
 8. Миускин Ю.В. Вентильный реактивный двигатель с программным формированием выходных характеристик. / Дис. на соиск. ученой степени канд. техн. наук по специальности 05.09.01 — Электрические машины и аппараты. — ДонНТУ. Донецк, 2005.
 9. Осташевский Н.А., Ковган А.Н. Вентильно-индукторный привод как перспективный вид регулируемого электропривода // Електротехніка і електромеханіка. — 2002. — №1. — С. 52—56.
 10. Рымша В.В. Математическое моделирование линейных вентильных-реактивных двигателей // Електротехніка і електромеханіка. — 2003. — №4. — С. 72—76.
 11. Ткачук В.І. Електромеханотроніка. — Львів: Нац. ун-т "Львівська політехніка", 2006. — 440 с.

Надійшла 02.12.2008

УДК 621.313

Г.А.ЦИГАНКОВА (Нац. ун-т харчових технологій, м. Київ)

Математичне моделювання магнітного поля в електродинамометрі для розрахунку струмів у роторі дископодібної форми

Розглянуто особливості виникнення вихревих струмів у роторі електродинамометра дископодібної форми з осьовим повітряним робочим зазором при зубчасто-пазовій конфігурації магнітопровода індуктора. Наведено результати експериментального дослідження зміни розподілу магнітної індукції в зазорі під впливом вихревих струмів у диску ротора для різного співвідношення ширини зубця і паза.

Рассмотрены особенности возникновения вихревых токов в роторе дископодобного электродинамометра с осевым воздушным рабочим зазором при зубчато-пазовой конфигурации магнитопровода индуктора. Приведены результаты экспериментального исследования изменения распределения магнитной индукции в зазоре под влиянием вихревых токов в диске ротора для разных соотношений ширины зубца и паза.

Серед різноманітних гальмівних пристрій особливе місце посідає дископодібне електромагнітне гальмо (електродинамометр), яке має електропровідний диск, що може обертатися в підшипниках індуктора з осьовим зазором [6]. Завдяки зменшеним розмірам в осьовому напрямку такого гальма, воно може бути закріплене безпосередньо на валу досліджуваного двигуна. При цьому диск буде обертатися разом із ротором двигуна, а індуктор з противагами — повернатися на кут, синус якого пропорційний моменту на валу. Щоб електромагнітне гальмо створювало гальмівний момент, індуктор повинен збуджувати у робочому зазорі неоднорідне магнітне поле. Це досягається завдяки виконанню машини з нерівномірним робочим зазором, нерівномірним внаслідок існування на індукторі зубців і пазів, що чергуються за напрямом руху диска.

Останнім часом пристроям дископодібної

форми приділяється все більше уваги [3]. Разом з тим, електромагнітні процеси в провідному середовищі, яке обертається в магнітному полі з індукцією, направленою паралельно осі обертання, досліджені недостатньо. Стаття присвячена розробці математичної моделі електромагнітного поля в електропровідному середовищі з врахуванням неподібної швидкості руху точок середовища відносно стаціонарного неоднорідного магнітного поля. Існуючі моделі електромагнітного поля в рухомому середовищі здебільшого не враховують залежність швидкості руху середовища від просторових координат. Математична модель, що пропонується, дозволить виявити особливість електромагнітних процесів в електропровідному диску електродинамометра з осьовим робочим зазором.

Для оцінки адекватності математичної моделі проведено фізичний експеримент по визначеню гармонічного складу розподілу магнітної індукції в