

Квантовомеханический подход при расчете температуры нагрева проводника электрическим током проводимости

Предложены квантовомеханические соотношения для оценки максимальной температуры неоднородного продольного нагрева тонкого металлического проводника постоянным или переменным электрическим током проводимости. Выполнена экспериментальная проверка полученных результатов квантовомеханического теплового расчета "горячих" и "холодных" продольных участков тонкого стального оцинкованного провода с постоянным током проводимости большой плотности.

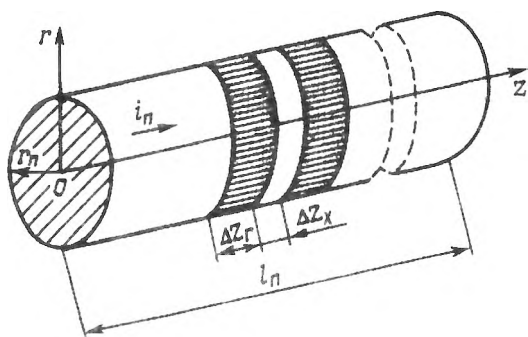
Запропоновано квантовомеханічні співвідношення для оцінки максимальної температури неоднорідного подовжнього нагрівання тонкого металевого провідника постійним або змінним електричним струмом проводимості. Виконано експериментальну перевірку отриманих результатів квантовомеханічного теплового розрахунку "горячих" і "холодних" подовжніх ділянок тонкого сталевго оцинкованого проводу з постійним струмом проводимості великої щільності.

Введение. В [2—4] автором на основе положений квантовой механики и электродинамики было показано, что при воздействии на тонкий изотропный металлический проводник длиной l_{II} продольной составляющей напряженности электрического поля $E_t(t)$ упорядоченное движение в нем свободных электронов, характеризующихся усредненной пространственной плотностью n_{e0} (m^{-3}) и элементарным отрицательным электрическим зарядом $e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл, вызывает появление в проводнике постоянного или переменного электрического тока проводимости, сопровождающееся образованием в проводнике макроскопического волнового электронного пакета (ВЭП) за время $\tau_E = \sqrt{\epsilon} l_{II} / c$, где ϵ — относительная диэлектрическая проницаемость среды, окружающей проводник, а $c = 3 \cdot 10^8$ м/с — скорость света в вакууме. Возникновение в проводнике с электрическим током проводимости продольной периодической структуры макроскопического ВЭП, описываемой соответствующими волновыми ψ -функциями [2, 3], приводит к появлению в нем периодической макроскопической структуры чередующихся между собой относительно "горячих" и "холодных" продольных участков соответственно длиной Δz_T и Δz_X . Данные продольные участки проводника ($\Delta z_T > \Delta z_X$) значительно отличаются друг от друга плотностью свободных электронов n_e (m^{-3}) и соответственно температурой θ_{II} [4]. Во время существования в проводнике макроскопического ВЭП из-за внутренне присущих ему стоячих электронных полуволн обмен электромагнитной и тепловой энергией между его соседними "горячими" и "холодными" продольными участками отсутствует, что приводит к формированию вдоль проводника

периодической структуры неоднородного температурного поля. С прекращением дрейфа в проводнике свободных электронов и, соответственно, окончанием протекания в нем электрического тока проводимости ВЭП в проводнике распадается, что ведет в дальнейшем к установлению вдоль его длины одинаковой и спадающей по классическим законам теплопроводности и теплоотдачи температуры θ_{II} металла проводника. Следует указать, что на возникновение в тонком металлическом проводнике с электрическим током проводимости макроскопического ВЭП и продольной периодической структуры неоднородного температурного поля прямо указывают результаты известных экспериментальных исследований электротепловых процессов, сопровождающих его электрический взрыв (ЭВ) постоянным током большой плотности [10]. Кроме того, явление ЭВ тонких металлических проводников нашло достаточно широкое применение на практике при инициировании импульсных сильноточных искровых электрических разрядов в жидких и газообразных средах, используемых для научных и технологических целей [6, 13]. В силу этого научный и практический интерес представляет фундаментальная задача, связанная с квантовомеханической оценкой температуры нагрева θ_{II} "горячих" и "холодных" продольных участков металлического проводника с постоянным или переменным электрическим током проводимости, расположенных в периодической макроскопической структуре ВЭП.

Постановка задачи исследования неоднородного температурного поля проводника. Рассмотрим в цилиндрической системе координат неподвижно размещенный в изоляционной газовой или конденсированной среде тонкий прямолинейный сплошной металлический проводник радиусом r_{II}

и длиной l_{II} при условии $l_{II} \gg r_{II}$ (рисунок).



Пусть первоначальная температура окружающей среды θ_0 и однородного материала проводника

θ_{II0} равна комнатной $\theta_{II0} = \theta_0 = 20^\circ\text{C}$. Примем, что к концам рассматриваемого изотропного металлического проводника приложена разность электрических потенциалов $U_{II}(t)$, униполярно изменяющаяся во времени t по произвольному закону. Пусть по данному проводнику с поперечным сечением S_{II} вдоль его продольной оси OZ протекает постоянный или переменный однополярный электрический ток проводимости $i_{II}(t)$. Ограничимся случаем, когда радиус r_{II} проводника будет значительно меньше толщины классического токового скин-слоя в его материале [7, 11], и протекающий по металлическому проводнику ток проводимости $i_{II}(t)$ будет практически равномерно распределен с плотностью δ_{II} по его поперечному сечению S_{II} .

Влиянием на дрейфующие под действием продольной напряженности $E_z(t)$ внешнего электрического поля свободные электроны положительных ионов кристаллической решетки материала проводника пренебрегаем. Игнорируемое нами приближение, не учитывающее в металле проводника электронно-ионных взаимодействий (модели Зоммерфельда или Блоха [7]), соответствует известному приближению Хартри-Фока, положенному в основу зонной теории металлов [12]. Учитывая принятые допущения, предположим, что поведение свободных электронов в материале металлического проводника с электрическим током проводимости $i_{II}(t)$ будет приближенно подчиняться одномерному временному волновому уравнению Шредингера [8, 14]. Далее, исходя из положений квантовой теории электропроводности, построенной на основе закономерностей квантовой механики и квантовой статистики Ферми-Дирака, примем, что процесс тепловыделения в материале проводника будет определяться полным рассеиванием электронных полувольт де Бройля на ангармонических тепловых колебаниях регулярно расположенных положительных ионов кристаллической решетки металла проводника [14]. На основании известной функции Ферми-Дирака, описывающей распределение вырожденного электронного газа (фермионов) в металлах по энергиям, счита-

ем, что свободные электроны в металлическом проводнике падают на энергетических уровнях, максимальные значения энергии которых не могут превышать энергии уровня Ферми W_F [12, 14]. С учетом вышесказанного требуется на основе квантовомеханического подхода выполнить расчетную оценку максимальной температуры нагрева "горячих" и "холодных" продольных участков периодического макроскопического ВЭП в металлическом проводнике цилиндрической конфигурации с постоянным или переменным электрическим током проводимости $i_{II}(t)$, а также провести экспериментальную проверку предложенного подхода и полученных на его основе результатов расчета неоднородного температурного поля в исследуемом проводнике.

Основные расчетные соотношения предлагаемого квантовомеханического подхода. Можно показать, что для исследуемого проводника с учетом известного аналитического решения перелативистского одномерного уравнения Шредингера плотность вероятности ρ_{wn} (м^{-3}) пребывания свободных электронов в цилиндрическом объеме ΔV_{II} (м^3) материала металлического проводника будет описываться соотношением [2, 4]:

$$\rho_{wn} = |\psi_n|^2 = 2(l_{II} S_{II})^{-1} \cdot \sin^2(\pi n z / l_{II}), \quad (1)$$

где $|\psi_n|$ — модуль n -моды волновой ψ -функции; $n = 1, 2, 3, \dots$ — целые квантовые числа, равные номеру моды собственной волновой ψ -функции, определяющей пространственно-временную эволюцию свободных электронов; z — продольная пространственная координата элементов объема ΔV_{II} проводника длиной l_{II} и поперечным сечением S_{II} .

Оценка температуры нагрева "горячего" участка проводника. Из (1) видно, что наибольшее значение плотности вероятности ρ_{wn} для свободных электронов, локализуемых главным образом на "горячих" продольных участках проводника и определяющих их максимальную температуру нагрева θ_{III} , будет равно $\rho_{wnm} = 2(l_{II} S_{II})^{-1}$. Тогда максимальная величина вероятности P_I нахождения свободных электронов в цилиндрическом объеме $\Delta V_{II} = \Delta z_r \cdot S_{II}$ "горячего" продольного участка проводника может быть приближенно записана в виде

$$P_I = 2(l_{II} S_{II})^{-1} \cdot \Delta V_{II} = 2\Delta z_r \cdot l_{II}^{-1}. \quad (2)$$

С учетом (2) и принятых ранее допущений, для максимального приращения плотности тепловой энергии Q_{III} ($\text{Дж}/\text{м}^3$) на "горячем" продольном участке проводника можно получить следующую оценку:

$$Q_{\text{ПГ}} = 2\Delta z_{\Gamma} \cdot l_{\text{П}}^{-1} \cdot n_{e0} \cdot W_{F0}, \quad (3)$$

где $W_{F0} = 0,6h^2(8m_e)^{-1} \cdot (3n_{e0}/\pi)^{2/3}$ — среднее значение энергии Ферми для свободного электрона металлического проводника с усредненной плотностью n_{e0} свободных электронов в его материале, где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка, а $m_e = 9,108 \cdot 10^{-31}$ кг — масса электрона с электрическим зарядом e_0 [7, 14]; $\Delta z_{\Gamma} \geq e_0 n_{e0} h / 4\pi m_e \delta_{\text{П}}$ — расчетная усредненная ширина "горячего" продольного участка проводника с плотностью тока $\delta_{\text{П}} = i_{\text{П}}(t) / S_{\text{П}}$, определенная из соотношения неопределенностей Гейзенберга [2, 8].

Известно, что усредненная плотность n_{e0} свободных электронов в проводнике равна концентрации атомов N_0 (м^{-3}) материала проводника, умноженной на его валентность, определяемую числом неспаренных электронов на валентных электронных энергетических уровнях атомов материала проводника [8]. Например, для таких широко используемых в электротехнике и технике больших импульсных токов проводниковых материалов как медь, железо и цинк, валентность равна двум [1, 12]. Кроме того, в металлическом проводнике с плотностью материала $d_{\text{П}}$ ($\text{кг}/\text{м}^3$) для концентрации его атомов N_0 справедливо следующее соотношение [8, 9]:

$$N_0 = d_{\text{П}} \cdot (M_a \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27})^{-1}, \quad (4)$$

где M_a — атомная масса материала проводника, практически равная массовому числу A ядра атома металлического проводника, определяемому в соответствии с периодической системой химических элементов Менделеева (одна атомная единица массы равна 1/12 массы атома изотопа углерода $^{12}_6\text{C}$, численно составляющей $1,6606 \cdot 10^{-27}$ кг, [8]).

Так как для металлического проводника с электрическим током проводимости $i_{\text{П}}(t)$ в диапазоне температур от 0°C до точки плавления его материала для приращения в нем плотности тепловой энергии $Q_{\text{П}}$, как правило, выполняется соотношение вида $Q_{\text{П}} = c_0 \theta_{\text{П}}$ [7], где c_0 — удельная теплоемкость, отнесенная к единице объема материала проводника ($\text{Дж}/\text{м}^3 \cdot ^\circ\text{C}$), а $\theta_{\text{П}} = \theta_{\text{ПГ}} - \theta_{\text{П0}}$ — приращение температуры материала проводника в процессе протекания по нему тока $i_{\text{П}}(t)$ и его нагрева до текущей температуры $\theta_{\text{ПГ}}$, то для максимального приращения температуры $\theta_{\text{ПГ}}$ на "горячем" продольном участке ВЭП исследуемого проводника из (3) получаем

$$\theta_{\text{ПГ}} = 2c_0^{-1} \cdot \Delta z_{\Gamma} \cdot l_{\text{П}}^{-1} \cdot n_{e0} \cdot W_{F0}. \quad (5)$$

Оценка температуры нагрева "холодного" участка проводника. На основании (1) для максимальной величины вероятности P_{X} нахождения свободных электронов в цилиндрическом объеме $\Delta V_{\text{П}} = \Delta z_{\text{X}} \cdot S_{\text{П}}$ "холодного" продольного участка металлического проводника находим

$$P_{\text{X}} = 2l_{\text{П}}^{-1} \int_{0,5(z_n - \Delta z_{\text{X}})}^{0,5(z_n + \Delta z_{\text{X}})} \sin^2(\pi n z / l_{\text{П}}) dz = \Delta z_{\text{X}} \cdot l_{\text{П}}^{-1}, \quad (6)$$

где $z_n = e_0 n_{e0} h / 8\pi m_e \delta_{\text{П}}$ — приближенное значение расстояния между центрами продольной периодической локализации свободных электронов исследуемого проводника [2, 4].

Тогда, с учетом (6), аналогично (3) для максимального приращения плотности тепловой энергии $Q_{\text{ПХ}}$ ($\text{Дж}/\text{м}^3$) на "холодном" продольном участке металлического проводника имеем

$$Q_{\text{ПХ}} = \Delta z_{\text{X}} \cdot l_{\text{П}}^{-1} \cdot n_{e0} \cdot W_{F0}, \quad (7)$$

где $\Delta z_{\text{X}} \leq e_0 n_{e0} h (\pi - 2) / 8\pi m_e \delta_{\text{П}}$ — расчетная усредненная ширина "холодного" продольного участка проводника, найденная исходя из соотношения неопределенностей Гейзенберга [4, 8].

Результаты экспериментальных исследований неравномерного продольного электронагрева и процесса стратификации тонких металлических проводников постоянным или импульсным электрическим током большой плотности с различными амплитудно-временными параметрами (АВП) свидетельствуют о том, что при окончательном выборе значений ширины "горячего" участка Δz_{Γ} в (3) и ширины "холодного" участка $\Delta z_{\text{X}} = 0,5(\pi - 2) \cdot \Delta z_{\Gamma}$ в (7) необходимо исходить из следующего приближенного граничного соотношения [4, 5, 10]:

$$\Delta z_{\Gamma} + \Delta z_{\text{X}} = 0,5\pi \Delta z_{\Gamma} = l_{\text{П}} / 2n_0^2, \quad (8)$$

где n_0 — главное квантовое число, равное числу электронных оболочек в атоме материала проводника и соответственно номеру периода в периодической системе элементов Менделеева, которому этот материал проводника принадлежит (например, для меди, железа и цинка главное квантовое число $n_0 = 4$ [8]).

Из (7) аналогично (5) для максимального приращения температуры перегрева $\theta_{\text{ПХ}}$ на "холодном" продольном участке ВЭП исследуемого проводника получаем

$$\theta_{\text{ПХ}} = c_0^{-1} \cdot \Delta z_{\text{X}} \cdot l_{\text{П}}^{-1} \cdot n_{e0} \cdot W_{F0}. \quad (9)$$

Анализ соотношений (2), (5), (6) и (9) показывает, что отношение максимальных приращений температуры на "горячих" и "холодных" продольных участках металлического проводника оказывается равным отношению наибольших вероятностей пребывания (или плотностей) свободных электронов на соответствующих участках проводника и численно составляющим

$$\theta_{\text{III}}/\theta_{\text{IIX}}=P_{\text{I}}/P_{\text{X}}=2\Delta z_{\text{I}}/\Delta z_{\text{X}}. \quad (10)$$

Экспериментальная проверка результатов квантовомеханического расчета температуры нагрева "горячего" и "холодного" участков проводника. Выполним сравнение теоретических расчетов по формулам (5) и (9) и экспериментальных данных для максимальных приращений температуры нагрева "горячих" и "холодных" продольных участков погруженного в воду круглого тонкого стального провода с цинковым покрытием толщиной 5 мкм без изоляции ($l_{\text{II}}=0,118$ м, $r_{\text{II}}=0,15 \cdot 10^{-3}$ м, $S_{\text{II}}=7,07 \cdot 10^{-8}$ м², $\theta_{\text{II0}}=\theta_0=9$ °С, $n_0=4$), по которому протекает постоянный электрический ток проводимости силой 48,6 А с неизменной плотностью $\delta_{\text{II}}=6,87 \cdot 10^8$ А/м² по его поперечному сечению S_{II} . Вначале осуществим квантовомеханическую оценку максимальной температуры нагрева стального сердечника указанного биметаллического провода ($c_0=4,95 \cdot 10^6$ Дж/м³ · °С, $n_{e0}=1,68 \cdot 10^{29}$ м⁻³, $W_{F0}=10,67 \cdot 10^{-19}$ Дж [7,14]). В рассматриваемом нами случае расчетная ширина "горячих" участков согласно (3), входящая в формулу (5), составляет примерно $2,26 \cdot 10^{-3}$ м, а "холодных" участков — $1,29 \cdot 10^{-3}$ м, с учетом чего $\Delta z=3,55 \cdot 10^{-3}$ м. Численная оценка этой величины (шага периодической структуры неоднородного температурного поля провода) по граничному выражению (8) показывает, что в нашем случае она оказывается того же порядка и примерно равной $3,69 \cdot 10^{-3}$ м. После подстановки численных значений исходных параметров соответственно в соотношения (5) и (9) получаем, что расчетное максимальное приращение температуры нагрева для "горячего" участка оказывается равным 1387 °С (при температуре плавления для железа в 1535 °С, а для цинка — в 419 °С [9]), а для "холодного" участка — 396 °С. Видно, что отношение расчетных приращений максимальных температур нагрева на "горячем" и "холодном" смежных участках стального сердечника провода приблизительно составляет 3,5. Что касается максимального превышения температуры нагрева цинкового покрытия на "горячем" участке провода ($c_0=3,39 \cdot 10^6$ Дж/м³ · °С, $n_{e0}=1,31 \cdot 10^{29}$ м⁻³,

$W_{F0}=9,04 \cdot 10^{-19}$ Дж [7,14]), то оно при $\Delta z_{\text{I}}=2,26 \cdot 10^{-3}$ м согласно (5) составляет 1338 °С (при температуре кипения для цинка в 907 °С [8, 9]). На "холодном" участке провода при $\Delta z_{\text{X}}=1,29 \cdot 10^{-3}$ м максимальное приращение температуры нагрева цинкового покрытия в соответствии с (9) окажется равным 382 °С. Полученные расчетные данные для θ_{III} и θ_{IIX} свидетельствуют о том, что при протекании по биметаллическому проводу принятой для расчета величины тока проводимости цинковое покрытие на "горячих" участках подвергается ЭВ, а его стальной сердечник на "горячих" и "холодных" участках выдерживает без разрушения заданное электротепловое воздействие.

При указанных выше исходных данных для используемого в рассматриваемых опытах постоянного тока проводимости и принятого провода экспериментально зафиксированные в нем значения ширины "горячего" и "холодного" участков периодического макроскопического ВЭП стального оцинкованного провода и их максимальных превышений температуры θ_{II} приблизительно составили [10]:

$$\begin{aligned} \Delta z_{\text{I}} &= 2,23 \cdot 10^{-3} \text{ м } (\theta_{\text{III}} = 1241 \text{ } ^\circ\text{C}), \\ \Delta z_{\text{X}} &= 1,61 \cdot 10^{-3} \text{ м } (\theta_{\text{IIX}} = 410 \text{ } ^\circ\text{C}), \text{ а} \\ \Delta z &= \Delta z_{\text{I}} + \Delta z_{\text{X}} = 3,84 \cdot 10^{-3} \text{ м.} \end{aligned}$$

Необходимо отметить то, что согласно выполненным в [10] экспериментам температура не подвергнувшихся ЭВ "холодных" участков цинкового покрытия и стального сердечника провода не выравнивалась с температурой соседних с ними "горячих" неповрежденных участков стального сердечника этого же провода в течение времени порядка 0,3 с, соизмеримом с полной длительностью протекания процесса его электротеплового нагрева.

Из приведенных данных следует, что результаты предлагаемого квантовомеханического теплового расчета "горячих" и "холодных" продольных участков тонкого биметаллического проводника с постоянным электрическим током большой плотности хорошо согласуются с экспериментальными данными по его интенсивному электронагреву в воде этим током и последующему электровзрыву его электропроводящего покрытия.

Выводы. На основе квантовомеханического подхода получены приближенные расчетные соотношения для оценки максимальной температуры нагрева относительно "горячих" и "холодных" продольных участков периодической макроскопической структуры ВЭП тонкого металлического проводника с электрическим током проводимости, в основу которых положено волновое распределение вдоль проводника его свободных электронов в виде стоячих электронных полуволн, описываемых для исследуемого проводника решением перелативистского одномерного уравнения Шредингера.

Расчетным путем на основании квантовомеханических закономерностей показано, что температура "горячих" участков шириной Δz_1 , по сравнению с температурой "холодных" участков шириной Δz_x продольной периодической макроскопической структуры ВЭП в тонком стальном оцинкованном проводе с постоянным током проводимости большой плотности может отличаться более чем в три раза и значительно превышать температуру плавления материала его электропроводящего покрытия. Непротиворечивость этих результатов квантовомеханического расчета неоднородного продольного периодического температурного поля в биметаллическом проводнике с электрическим током проводимости подтверждена результатами ранее выполненных экспериментальных исследований поведения тонкого стального провода с цинковым покрытием при его интенсивном нагреве в воде постоянным током большой плотности и последующем ЭВ его проводящей структуры.

1. Астафуров В.И., Бусев А.И. Строение вещества. — М.: Просвещение, 1977. — 160 с.

2. Баранов М.И. Волновое распределение свободных электронов в проводнике с электрическим током проводимости // Электротехника. — 2005. — № 7. — С. 25—33.

3. Баранов М.И. Волновой электронный пакет проводника с электрическим током проводимости // Электротехника и электромеханика. — 2006. — № 3. — С. 49—53.

4. Баранов М.И. Новые физические подходы и механизмы при изучении процессов формирования и распределения электрического тока проводимости в проводнике // Техн.электродинамика. — 2007. — № 1. — С. 13—19.

5. Баранов М.И. Энергетический и частотный спектры свободных электронов проводника с электрическим током проводимости // Электротехника. — 2006. — № 7. — С. 29—34.

6. Гулий Г.А. Научные основы разрядно-импульсных технологий. — К.: Наук.думка, 1990. — 208 с.

7. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972. — 391 с.

8. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики / Отв.ред. В.К.Гартаковский. — К.: Наук.думка, 1989. — 864 с.

9. Кулинг Х. Справочник по физике / Пер. с нем. под ред. Е.М.Лейкина. — М.: Мир, 1982. — 520 с.

10. Марахтанов М.К., Марахтанов А.М. Периодические изменения температуры по длине стальной проволоки, вызванные электрическим током // Вестник Моск.Гос.техн.ун-та (МГТУ) им. Н.Э.Баумана. Серия: Машиностроение. — 2003. — № 1. — С. 37—47.

11. Нейман Л.Р., Демичьян К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. — Л.: Энергоиздат, 1981. — 416 с.

12. Справочник по теоретическим основам радиоэлектроники / Под ред. Б.Х.Кривницкого, В.П.Дулдина. Т. 1. — М.: Энергия, 1977. — 504 с.

13. Столович Н.Н. Электровзрывные преобразовательные энергии / Под ред. В.Н.Карнюшина. — Минск: Наука и техника, 1983. — 151 с.

14. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. — М.: Наука, 1990. — 624 с.

Надійшла 21.12.2006