

## Математична модель та система керування однофазного фазокерованого реактора

*Розглядаються питання розробки адекватної імпульсної математичної моделі та оптимальної за швидкістю системи керування фазокерованого реактора. Представлено передатні функції та структурні схеми запропонованої моделі та системи керування. Отримані результати перевірено шляхом математичного моделювання тестової схеми.*

*Рассматриваются вопросы разработки адекватной импульсной математической модели и оптимальной по быстродействию системы управления фазоуправляемого реактора. Представлены передаточные функции и структурные схемы предложенной модели и системы управления. Полученные результаты проверены путем математического моделирования тестовой схемы.*

**Вступ.** Визнанням шляхом підвищення економічних показників мережі електропостачання і поліпшення якості електроенергії є компенсація реактивної потужності. Актуальною є проблема компенсації реактивної потужності швидкозмінного навантаження, такого як дугові сталеплавильні печі, тиристорні перетворювачі електроприводу і т.і. Для вирішення цієї проблеми доцільним визнано застосування тиристорних компенсаторів реактивної потужності (ТКРП), що складаються з конденсаторів, реакторів та напівпровідникових силових пристроїв.

Важливим елементом ТКРП є фазокерований реактор (ФР) — послідовне з'єднання реактора і тиристорного ключа, зміною кута відкриття якого можна регулювати реактивну потужність, що споживається з мережі. Для розробки замкненої системи керування ТКРП необхідною умовою є наявність адекватної і точної математичної моделі ФР, яка дозволить пов'язати зміну кута відкриття тиристорів з приростом реактивної потужності споживаної ФР. Наявні в літературі [1,3,7,9] дослідження цього питання здебільшого пропонують спрощену лінійну математичну модель в частотній формі.

**Метою досліджень** є розробка адекватної імпульсної моделі ФР як ланки замкненої системи автоматичного керування та замкненої системи управління ФР оптимальної за швидкістю для компенсації змінної реактивної потужності навантаження.

**Матеріал і результати досліджень.** При допущенні, що кут відкриття тиристорів  $\alpha$  відраховується від моменту досягнення напругою амплітуди; активні втрати в елементах схеми дорівнюють нулю; напруга мережі є синусоїдою з незмінною амплітудою  $U_{\max}$ ; амплітуда першої гармоніки струму ФР визначається відомою формулою [5]:

$$I_1 = I_{\max} (\pi - 2\alpha - \sin 2\alpha) / \pi, \quad (1)$$

де  $I_{\max} = U_{\max} / X_L$  — струм, що протікає під дією амплітуди напруги мережі  $U_{\max}$  в реакторі, який має опір  $X_L$ .

Нормуючи струм першої гармоніки по максимальному струму, маємо:

$$I_{1*} = \pi^{-1} (\pi - 2\alpha - \sin 2\alpha). \quad (2)$$

Залежність (2) є характеристикою керування ФР, причому вона нелінійна. В [2] пропонується лінеаризувати характеристику, представивши ФР підсилювачем зі змінним коефіцієнтом підсилення. Пов'язавши зміну кута керування  $\Delta\alpha$  з приростом реактивного струму ФР, одержимо

$$\Delta I_{1*} / \Delta\alpha \approx -4\pi^{-1} \sin^2 \alpha. \quad (3)$$

Для компенсації нелінійності цієї залежності в [2] запропоновано використовувати компенсаційний формувач розгортки. Суттєвим недоліком математичної моделі (3) є низька точність при великих значеннях  $\Delta\alpha$  (при зміні  $\Delta\alpha$  від 0 до  $\pi/2$  похибка досягає 100%), що викликано неточністю лінійної апроксимації характеристики (2).

Слід зазначити, що крім лінеаризації характеристики ФР з літератури відомі і інші принципи, на яких базується побудова систем керування ТКРП; були запропоновані й алгоритми та моделі для мікропроцесорного керування ТКРП. Проте, значна частина робіт, наприклад [10], присвячена використанню ТКРП в районних електромеражах для контролю та підтримання заданого значення напруги. ТКРП, що призначені для компенсації реактивної потужності швидкозмінного навантаження, працюють на принципі контролю струму. Роботи щодо компенсаторів швидкозмінного реактивного навантаження, наприклад [8], присвячені в основному розробці розімкнених систем керування

ня. Переваги і недоліки замкнених систем керування в порівнянні з розімкненими давно і добре відомі, проте в літературі відсутні роботи, що присвячені розробці математичної моделі ФР як ланки замкненої системи керування з урахуванням нелінійності та дискретного характеру роботи тиристорів та системи керування на основі даної моделі.

Вищезазначене обумовлює необхідність розробки більш точної математичної моделі ФР, яка дозволяла б враховувати і нелінійність характеристики ФР, і дискретний характер роботи тиристорів. Зважаючи на періодичність змінного струму та дискретний характер роботи тиристорів, доцільним слід вважати розробку саме імпульсної моделі ФР.

Залежність приросту реактивного струму ФР і зміни кута керування можна знайти, розв'язавши систему рівнянь, яку отримано з рівняння (2)

$$I_{1*} = (\pi - 2\alpha - \sin 2\alpha) / \pi, \quad (4)$$

$$I_{1*} + \Delta I_{1*} = \pi^{-1} [\pi - 2(\alpha + \Delta\alpha) - \sin 2(\alpha + \Delta\alpha)].$$

Віднявши від другого рівняння перше, отримаємо рівняння в приростах

$$\Delta I_{1*} = \pi^{-1} [-2\Delta\alpha + \sin 2\alpha - \sin 2(\alpha + \Delta\alpha)]. \quad (5)$$

Враховуючи властиве тиристорам запізнення на один період дискретності, що залежить від інтервалу керуваності тиристорним ключем і в нашому випадку дорівнює тривалості одного півперіоду напруги мережі, а також те, що кут відкривання тиристорів  $\alpha$  є сумою приростів  $\Delta\alpha$ , для математичної моделі однофазного ФР маємо наступну систему рівнянь в кінцевих різницях:

$$\begin{aligned} \Delta I_{1*}[n+1] &= \frac{1}{\pi} (-2\Delta\alpha[n] + \sin 2\alpha[n-1] - \sin 2\alpha[n]), \\ \alpha[n] &= \alpha[n-1] + \Delta\alpha[n], \end{aligned} \quad (6)$$

де  $n$  — номер інтервалу дискретності.

Підставивши у перше рівняння друге, отримаємо

$$\begin{aligned} \Delta I_{1*}[n+1] &= \frac{1}{\pi} (-2\Delta\alpha[n] + \sin 2\alpha[n-1] - \\ &- \sin 2(\alpha[n-1] + \Delta\alpha[n])). \end{aligned} \quad (7)$$

Рівняння (7) в межах вищезазначених допущень адекватно описує зміну реактивного струму першої гармоніки ФР зі зміною кута відкривання тиристорів при  $\alpha \in [0; \pi/2]$ . Структурна схема моделі, що відповідає рівнянню (7), зображена на рис. 1.

Отриманій моделі властива нелінійність, яка обумовлена наявністю в рівнянні (7) і структурній схемі синусоїдальної функції. Для її компенсації

пропонується застосовувати блок, який буде вирішувати трансцендентне рівняння (7) за заданими значеннями  $\Delta I_{1*}[n+1]$  та  $\alpha[n-1]$ , знаходячи  $\Delta\alpha[n]$  та реалізуючи чисельний алгоритм пошуку кореня. Таким чином, найпростішу замкнену систему керування ФР, яка складається з блоку вирішення (7), ФР і датчика різниці струмів навантаження та ФР, можна представити схемою, що зображена на рис. 2.

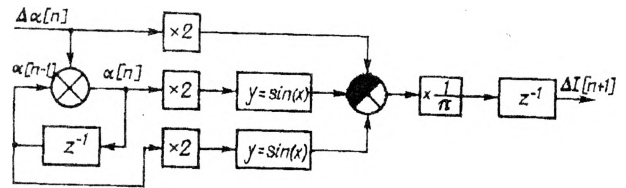


Рис. 1

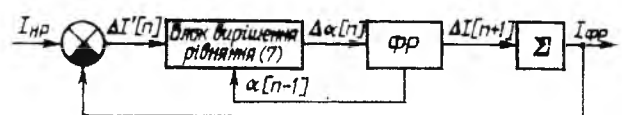


Рис. 2

Блок вирішення за заданим необхідним приростом реактивного струму  $\Delta I'[n]$  та відомим значенням кута керування на попередньому інтервалі  $\alpha[n-1]$  шляхом чисельного вирішення рівняння (7) одним з відомих методів (ділення навпіл, Ньютона-Рафсона і т.д.) знаходить потрібне значення приросту кута керування  $\alpha[n]$ . Блок "ФР" відповідає моделі фазокерованого реактора (рис. 1). Вихідним сигналом ФР є приріст реактивного струму  $\Delta I[n+1]$ . При прирості кута керування  $\Delta\alpha[n]$  вихідний сигнал ФР виражається як  $\Delta I[n+1]$ , що врахує на властиве тиристорам запізнення на один інтервал дискретності. Блок, позначений знаком суми, відображає те, що вихідний струм ФР є сумою його приростів, тобто

$$I_{\text{ФР}}[n] = I_{\text{ФР}}[n-1] + \Delta I[n]. \quad (8)$$

Тоді, якщо не враховувати кінцеву точність і швидкодію блоку вирішення та фізичні обмеження, що накладаються на кут керування ( $\alpha \in [0; \pi/2]$ ), з'єднання блоку вирішення і моделі ФР можна представити ланкою чистого запізнення на один інтервал дискретності з дискретною передатною функцією

$$G(z) = z^{-1}. \quad (9)$$

Зважаючи на вищезазначене, найпростішу замкнену систему керування однофазного ФР можна представити у вигляді, що наведено на рис. 3. Тут ланка з передатною функцією  $G(z)$  відображає з'єднання блоку вирішення та моделі ФР, яка описується рівнянням (7), а ланка з передатною функцією  $D(z)$  відповідає рівнянню (8).

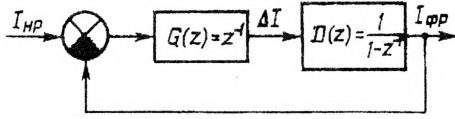


Рис. 3

Дискретна передатна функція розімкненої системи виражається формулою

$$P(z) = G(z)D(z) = z^{-1} (1 - z^{-1})^{-1} = (z - 1)^{-1}, \quad (10)$$

а передатна функція похибки — формулою

$$W_E(z) = (1 + P(z))^{-1}. \quad (11)$$

Підставивши  $P(z)$  і спростивши вираз, отримаємо

$$W_E(z) = 1 - z^{-1}. \quad (12)$$

Передатну функцію замкненої системи можна знайти з виразу

$$W(z) = P(z) (1 + P(z))^{-1}. \quad (13)$$

Підставивши в (13) функцію  $P(z)$  з (10) і спростивши вираз, отримаємо

$$W(z) = z^{-1}. \quad (14)$$

З вигляду передатних функцій (10), (12) та (14) згідно [4] випливає, що отримана система є по входу ланкою чистого запізнення на один інтервал дискретності, є стійкою, має астатизм першого порядку і є оптимальною за швидкодією при вхідному сигналі у вигляді одиничної ступінчастої функції.

Для фізичної реалізації системи, схема якої зображена на рис. 2, як і для її математичного моделювання, необхідною є наявність датчика різниці реактивних струмів навантаження та ФР, який формуватиме вхідний сигнал для системи керування. Різницю миттєвих струмів ТКРП та навантаження, згідно з першим законом Кірхгофа, можна легко отримати, якщо вимірювальний перетворювач струму розтанувати у відповідній точці схеми, тому задача зводиться до знаходження з отриманих миттєвих значень струму амплітуди реактивного струму першої гармоніки.

Складність отримання сигналу, пропорційно-го амплітуді реактивного струму першої гармоніки, полягає в наявності в спектрі струму вищих гармонік, для послаблення яких необхідна фільтрація, що, в свою чергу, призводить до збільшення інерційності регулятора. Якщо напругу мережі вважати незмінною по амплітуді синусоїдою з нульовою початковою фазою, то одним з можливих варіантів виділення шуканого сигналу є множення

миттєвого струму на косинусоїду з наступним інтегруванням протягом півперіоду. Вихідний сигнал такого давача можна описати формулою, аналогічною до представленої в [11]

$$i_q(t) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_{t-\pi/\omega}^t i(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau, \quad (15)$$

де  $\omega$  — кругова частота першої гармоніки, рад/с.

Виразивши струм нескінченним рядом гармонік, запишемо

$$i_q(t) = -\frac{2\omega}{\pi} \int_{t-\pi/\omega}^t \left[ I_{m1} \sin(\omega\tau - \varphi_1) \cos(\omega\tau) + \sum_{k=2}^{\infty} I_{mk} \sin(k\omega\tau - \varphi_k) \cos(\omega\tau) \right] d\tau, \quad (16)$$

де  $k$  — порядок гармоніки.

Оскільки інтеграл суми дорівнює сумі інтегралів, то вихідний сигнал вимірювача міститиме дві складові. Перша згідно з (16) є нуканим сигналом реактивного струму основної гармоніки, а друга  $\sigma$  є похибкою, що обумовлена впливом на вимірювач вищих гармонік, тобто

$$i_q(t) = I_{m1} \sin \varphi_1 + \sigma. \quad (17)$$

Знайшовши

$$\sigma = -\frac{2\omega}{\pi} \int_{t-\pi/\omega}^t \sum_{k=2}^{\infty} I_{mk} \sin(k\omega\tau - \varphi_k) \cos(\omega\tau) d\tau \quad (18)$$

і спростивши вираз, отримуємо формулу

$$\sigma = \frac{2}{\pi} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1 + (-1)^k}{k^2 - 1} I_{mk} \left( k \cos(k\omega t - \varphi_k) \cos \omega t + \sin(k\omega t - \varphi_k) \sin \omega t \right). \quad (19)$$

З цієї формули випливає, що на вихідний сигнал вимірювача непарні гармоніки не впливають. Вплив парних гармонік можна зменшити, якщо обчислювати вихідний сигнал в моменти, коли напруга мережі досягає амплітудного значення (тобто при  $\omega t = \pi n + \pi/2$ ;  $n = 1, 2, 3, \dots$ ), бо тоді перший доданок в дужках дорівнює нулю, і величина похибки виражається формулою

$$\sigma = (-1)^n \frac{2}{\pi} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1 + (-1)^k}{k^2 - 1} I_{mk} \sin(k\pi/2 - \varphi_k), \quad (20)$$

де  $n$  — номер півперіоду, на якому відбувається формування вихідного сигналу вимірювача.

Зробивши заміну змінної  $k = 2\nu$  та врахувавши

властивості тригонометричних функцій, отримаємо

$$\sigma = -(-1)^n \frac{2}{\pi} \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v \frac{I_{m(2v)}}{4v^2-1} \sin \varphi_{(2v)}. \quad (21)$$

Тоді вихідний сигнал вимірювача виражається формулою

$$i_q(\pi n + \frac{\pi}{2}) = I_{m1} \sin \varphi_1 - (-1)^n \frac{2}{\pi} \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^v \frac{I_{m(2v)}}{4v^2-1} \sin \varphi_{(2v)}. \quad (22)$$

Слід зазначити, що формування вихідного сигналу відбувається на базі значень струму протягом останньої половини періоду, тобто швидкодія вимірювача є достатньою для зміни кута керування тиристорів ФР кожні півперіода живлячої напруги.

З метою перевірки результатів досліджень, що викладені вище, було проведено математичне моделювання схеми, що зображена на рис. 4.

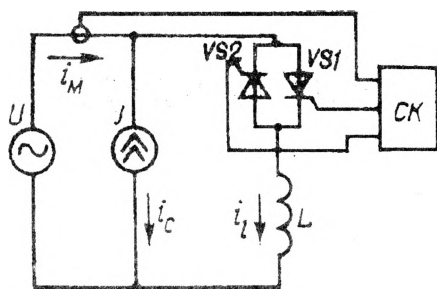


Рис. 4

Напруга джерела  $U$  прийнята синусоїдальною з частотою 50 Гц. Змінене реактивне навантаження було модельовано джерелом реактивного ємнісного струму  $J$ .

Моделювання перехідного процесу компенсації реактивного струму проводилося по розробленій в середовищі *MATLAB* програмі, яка втілює принципи моделювання вентильних схем на основі метода сигнальних графів [6]. В програмі тиристорні вентиляції представлено ідеальними ключами. На кожному кроці розрахунку проводиться перевірка умов закриття і відкриття тиристорів і, при потребі, відповідна зміна графу схеми. Кожні півперіоду в моменти досягнення напругою мережі амплітудного значення на базі розрахованих значень струму система керування (СК) здійснює знаходження амплітуди основної гармоніки суми реактивних струмів навантаження і ФР та обчислення кута керування тиристорами за принципами, що були детально описані вище.

Результати моделювання представлені на рис. 5–8. Величини струмів подані у відносних одиницях. Одиниці відповідає амплітудне значення струму реактора при куті керування тиристорами  $\alpha=0$ .

На рис. 5 показано струм навантаження. В момент часу  $t=0,075$  с відбувається ступінчате зростання амплітуди реактивного струму навантажен-

ня з 0,45 до 0,9 відносних одиниць. При  $t=0,155$  с амплітуда реактивного струму зменшується з 0,9 до 0,45. На рис. 6 зображено графік зміни похибки керування.

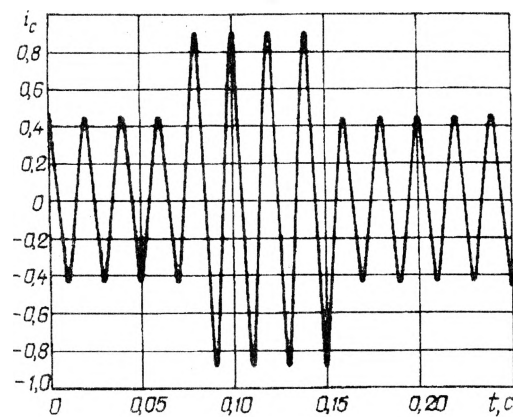


Рис. 5

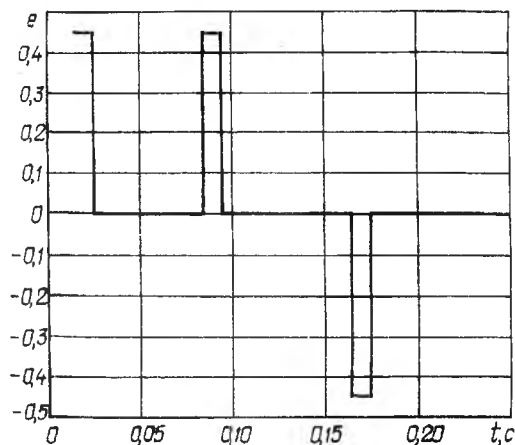


Рис. 6

З рис. 7, на якому зображено струм ФР, видно, що система керування на зміну реактивного струму навантаження відповідає зміною кута відкриття тиристорів, а отже, і зміною амплітуди струму реак-

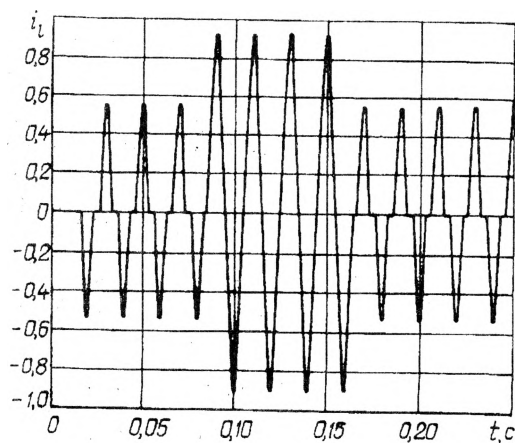


Рис. 7

тора. Зіставивши рис. 5–7, можна помітити, що досліджувана система відрацьовує зміну реактивного струму навантаження із запізненням в один півперіод.

На рис. 8 показано струм, що споживається від джерела живлення. Він є сумою струмів навантаження та ФР.

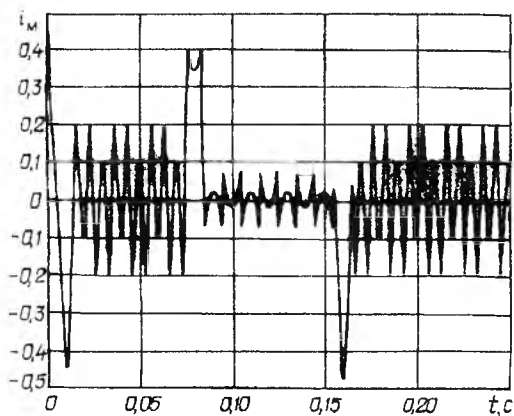


Рис. 8

З результатів моделювання випливає, що описана система дійсно є оптимальною за швидкістю при ступінчастому вхідному сигналі, перехідний процес в такому випадку закінчується за один півперіод живлячої напруги.

**Висновки.** Розроблена імпульсна математична модель однофазного ФР, яка на відміну від відомих моделей [1, 3, 7–10], представляє ФР ланкою замкненої системи керування з одночасним урахуванням нелінійності характеристики ФР та дискретного характеру роботи тиристорів. На основі моделі ФР розроблена замкнена астатична система керування, що є оптимальною за швидкістю при ступінчастому вхідному сигналі. Результати математичного моделювання показали, що час регулювання реактивного струму в запропонованій системі дорівнює одному півперіоду основної частоти (0,01 с). Розроблена модель та система керування можуть бути основою для подальших більш гли-

боких досліджень з урахуванням додаткових збурюючих факторів.

1. *Ивакин В.Н., Сысоева Н.Г., Худяков В.В.* Электропередачи и вставки постоянного тока и статические тиристорные компенсаторы / Под ред. В.В.Худякова. — М.: Энергоатомиздат, 1993. — 336 с.

2. *Мишта В.В.* О компенсации нелинейности характеристики управления статического компенсатора реактивной мощности // Энергетик. — 1993. — № 12. — С. 22–23.

3. *Статические компенсаторы для регулирования реактивной мощности* / Под ред. Р.М.Матура; Пер. с англ. — М.: Энергоатомиздат, 1987. — 160 с.

4. *Ту Ю.* Цифровые и импульсные системы автоматического управления. — М.: Машинное строение, 1964. — 704 с.

5. *Худяков В.В., Чванов В.А.* Управляемый статический источник реактивной мощности // Электричество. — 1969. — № 1. — С. 29–35.

6. *Язун В.Г.* Автоматизированный расчет тиристорных схем. — Харьков: Вища шк., 1986. — 160 с.

7. *Яценко А.А., Точилин В.В., Пономарев В.А.* и др. Кибернетическая модель системы пофазового управления тиристорным компенсатором реактивной мощности // Изв. ВУЗов. Электромеханика. — 1987. — № 8. — С. 99–104.

8. *Exposito A., Vazquez F., Mitchell C.* Microprocessor-Based Control of an SVC for Optimal Load Compensation / IEEE Transactions on Power Delivery. — 1992. — Vol. 7. — № 2. — P. 706–712.

9. *Fusco G., Losi A., Russo M.* Adaptive Voltage Regulator Design for Static VAR Systems // Control Engineering practice. — 2001. — № 9.

10. *Paziuk L., Chikhani A., Hackam R.* An Expert Microprocessor Controlled Voltage Regulator for Energy Conservation and Demand Reduction in Distribution Feeders / IEEE Transactions on Power Delivery. — 1989. — Vol. 4. — № 4. — P. 2222–2228.

11. *Peng F.Z., Tolbert L.M.* Compensation of Non-Active Current in Power Systems—Definitions from Compensation Standpoint / Manuscript prepared by the Oak Ridge National Laboratory for the U.S. Department of Energy under contract DE-AC05-00OR22725.

Надійшла 24.10.2006