УДК 621.3:537.3

М.И. Баранов, докт. техн. наук (НИПКИ "Молния" Нац. техн. ун-т "ХПИ". г. Харьков)

Основные характеристики вероятностного распределения свободных электронов в проводнике с электрическим током проводимости

Получены квантовомеханические стохастические соотношения для приближенного аналитического расчета продольного распределения плотности вероятности пребывания, вероятности нахождения и плотности свободных электронов на "горячих" и "холодных" участках тонкого металлического проводника с постоянным или переменным электрическим током проводимости.

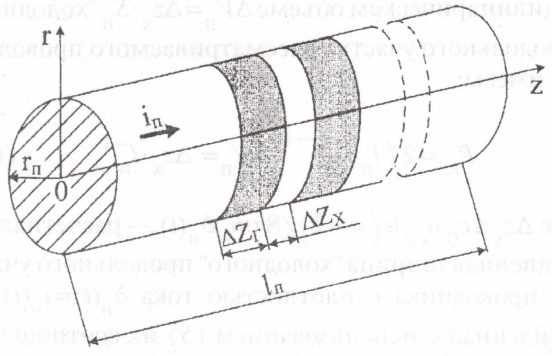
Отримано квантовомеханічні стохастичні співвідношення для наближеного аналітичного розрахунку подовжнього розподілу щільності імовірності перебування, імовірності знаходження і щільності вільних електронів на "гарячих" і "холодних" ділянках тонкого металевого провідника з постійним або змінним електричним струмом провідності.

Введение. В [2,3,5,10] теоретически и экспериментально было показано, что в тонком изотропном металлическом проводнике с постоянным или переменным импульсным электрическим током проводимости $i_{\text{п}}(t)$ формируется макроскопический волновой электронный пакет (ВЭП). Возникновение в указанном проводнике продольной периодической структуры ВЭП, описываемой соответствующим набором волновых ψ-функций [2,3,5], приводит к неравномерному распределению вдоль проводника носителей элементарного отрицательного электрического заряда — свободных электронов, характеризующихся корпускулярно-волновым дуализмом и относящихся к такому виду элементарных частиц с полуцелым спином как фермионы [9]. Увеличение в соответствии с закономерностями изменения волновых функций плотности свободных электронов в одном месте проводника и уменьшение ее в его другом месте обуславливает появление в нем периодической макроскопической структуры чередующихся между собой относительно "горячих" и "холодных" продольных участков соответственно шириной $\Delta z_{\text{г}}$ и $\Delta z_{\text{х}}$ [2,3,5]. Последнее вызывает возникновение вдоль проводника продольной периодической структуры неоднородного температурного поля, экспериментально обнаруженной ранее при исследовании электротепловых процессов, сопровождающих электрический взрыв в конденсированной среде (воде) тонкого оцинкованного стального провода, который вызывается постоянным током большой плотности [10]. Численные значения ширин $\Delta z_{\text{г}}$ и $\Delta z_{\text{х}}$ этих продольных участков проводника могут быть определены из одного из основных принципов квантовой (волновой) механики — соотношения неопределенностей Гейзенберга [2,5]. Причем, сумма этих ширин $(\Delta z_{\text{г}}+\Delta z_{\text{х}})$, являющаяся шагом периодической структуры неоднородного температурного поля проводника, оказывается приблизительно равной длине электронной полуволны де Бройля в материале данного проводника [2,5]. Важной как с теоретической, так и с прикладной стороны, электрофизической задачей является установление основных характеристик вероятностного распределения свободных электронов в металлическом проводнике. Знание этих характеристик и умение их количественного определения не только углубляет наши физические знания о микромире металлических проводников, но и предоставляет дополнительные возможности для нового решения ряда традиционных электротехнических и электротехнологических задач с использованием таких проводников при передаче электрической энергии, создании высоких плотностей энергии электрического и магнитного полей, получении высоких температур, давлений и мощных световых потоков и расширении технических областей практического использования прогрессивных электроразрядных технологий [1,7,12].

Целью данной статьи является получение квантовомеханических стохастических соотношений, определяющих продольное распределение плотности вероятности появления, вероятности нахождения и плотности свободных электронов в области "горячих" и "холодных" продольных участков тонкого металлического проводника с постоянным или переменным электрическим током проводимости.

Постановка задачи исследования. Рассмотрим неподвижно размещенный в изоляционной газовой или конденсированной среде тонкий прямолинейный сплошной металлический проводник радиусом $r_{\text{п}}$ и длиной $l_{\text{п}}$ (рисунок). Пусть выполняется условие $l_{\text{п}} >> r_{\text{п}}$, а первоначальная температура окружающей проводник среды θ_0 и однородного

© Баранов М.И., 2008



материала проводника $\theta_{п0}$ равна комнатной $\theta_{п0}=\theta_0=20\ ^0$C. Примем, что к противоположным концам рассматриваемого металлического проводника приложена разность электрических потенциалов $U_п(t)$, униполярно изменяющаяся во времени t по произвольному закону. Считаем, что по данному проводнику поперечным сечением $S_п$ вдоль его продольной оси $0Z$ протекает постоянный или переменный импульсный однополярный электрический ток проводимости $i_п(t)$, равномерно распределенный с плотностью $\delta_п(t)$ по его поперечному сечению $S_п$. Ограничимся случаем, когда распределение свободных электронов в проводнике может быть приближенно описано на основе изучения особенностей поведения одного свободного электрона, а влияние остальных свободных электронов и ионов его кристаллической решетки будет учитываться усредненным электрическим полем, создаваемым всеми свободными электронами и ионами металла. Используемое одноэлектронное приближение, которое не учитывает напрямую в металлическом проводнике электронно-ионных взаимодействий, учитываемых в моделях Зоммерфельда или Блоха [8], соответствует приближению Хартри — Фока, положенному в основу классической зонной теории металлов [11]. При таком приближении не учитывается взаимная корреляция движения дрейфующих под действием продольной напряженности электрического поля, обусловленной приложенным к проводнику электрическим напряжением $U_п(t)$, свободных электронов друг на друга. Одноэлектронное приближение неприемлемо для описания процессов в случае идеальной электронной проводимости металла, то есть при изучении явления его сверхпроводимости, для которого требуется рассмотрение корреляционного движения электронных пар и для которого характерна сверхтекучесть свободных электронов с присущим ей отсутствием рассеяния электронных волн де Бройля на тепловых колебаниях кристаллической решетки металлического проводника [14]. Предположим, что поведение свободных электронов в материале рассматриваемого проводника с током проводимости $i_п(t)$ будет приближенно подчиняться одномерному волновому уравнению Шредингера, справедливому для используемого одноэлектронного приближения [2,9,14]. Требуется на основе квантовомеханического подхода в аналитическом виде найти основные вероятностные характеристики продольного распределения (плотность вероятности ρ_{we}, вероятность P_e и плотность n_e) свободных электронов на "горячих" и "холодных" участках исследуемого металлического проводника с постоянным или переменным электрическим током проводимости $i_п(t)$.

Плотность вероятности нахождения свободных электронов на "горячих" и "холодных" участках проводника. Для рассматриваемого проводника с учетом известного аналитического решения нерелятивистского одномерного волнового уравнения Шредингера плотность вероятности ρ_{we} нахождения свободных электронов в цилиндрическом объеме $\Delta V_п$ металла проводника с электрическим током проводимости $i_п(t)$ будет описываться следующим соотношением [4,5]:

$$\rho_{we}=\left|\psi_n\right|^2=2\left(l_п S_п\right)^{-1}\cdot\sin^2\left(\pi nz/l_п\right), \qquad (1)$$

где $\left|\psi_n\right|$ — модуль n-моды волновой ψ- функции; $n=1,2,3,...$ — целое квантовое число, равное номеру моды собственной волновой ψ-функции, определяющей пространственно-временную эволюцию свободных электронов проводника; z — продольная пространственная координата элементов объема $\Delta V_п$ проводника длиной $l_п$ и поперечным сечением $S_п$.

Из (1) следует, что максимальное значение плотности вероятности ρ_{we} появления свободных электронов на "горячих" продольных участках рассматриваемого проводника может быть определено из следующего выражения:

$$\rho_{we\,г}=2\left(l_п S_п\right)^{-1}. \qquad (2)$$

С учетом (1) для усредненного значения плотности вероятности ρ_{we} появления свободных электронов на "холодных" продольных участках исследуемого проводника находим:

$$\rho_{we\,х}=2\left(l_п S_п \Delta z_х\right)^{-1}\int\limits_{0,5(z_n-\Delta z_х)}^{0,5(z_n+\Delta z_х)}\sin^2(\pi nz/l_п)\,dz=$$

$$=\left(l_п S_п\right)^{-1}, \qquad (3)$$

где $z_n=e_0 n_{e0} h/8m_e\delta_п(t)$ — приближенное значение расстояния между центрами продольной периодической концентрации свободных электронов проводника [2]; $e_0=1{,}602\cdot10^{-19}$ Кл — элементарный электрический заряд свободного электрона [9];

$h=6{,}626\cdot10^{-34}$ Дж·с — постоянная Планка [14]; $m_e=9{,}108\cdot10^{-31}$ кг — масса покоя свободного электрона [9]; n_{e0} — усредненная плотность свободных электронов в материале проводника до протекания в нем электрического тока проводимости.

Из (2) и (3) следует, что величина $\rho_{we\,г}$ вдвое превышает величину $\rho_{we\,х}$. Усредненная плотность n_{e0} свободных электронов в рассматриваемом проводнике равна концентрации атомов N_0 его материала, умноженной на валентность, определяемую числом неспаренных электронов на внешних валентных электронных энергетических уровнях атомов материала проводника [14]. Известно, что в металлическом проводнике с плотностью материала $d_п$ для концентрации его атомов N_0 можно использовать следующее расчетное соотношение [14]:

$$N_0=d_п\left(M_a\cdot1{,}6606\cdot10^{-27}\right)^{-1}, \qquad (4)$$

где M_a — атомная масса материала проводника, практически равная массовому числу A ядра атома металлического проводника, определяемому в соответствии с периодической системой химических элементов Д.И. Менделеева (одна атомная единица массы равна 1/12 массы атома изотопа углерода $^{12}_{6}C$, численно составляющей $1{,}6606\cdot10^{-27}$ кг [9]).

Численная оценка значений $\rho_{we\,г}$ и $\rho_{we\,х}$ согласно (2) и (3) показывает, что для используемых в [10] при электрическом взрыве тонких круглых оцинкованных стальных проводников длиной $l_п=$ $=118$ мм с поперечным сечением $S_п=7{,}07\cdot10^{-2}$ мм^2 постоянным током большой плотности ($\delta_п=6{,}87\cdot10^2$ А/мм^2) наибольшая плотность вероятности появления свободных электронов на "горячих" продольных участках указанного проводника составляет примерно $\rho_{we\,г}=2{,}4\cdot10^8$ м$^{-3}$, а на его "холодных" продольных участках — $\rho_{we\,х}=1{,}2\cdot10^8$ м$^{-3}$.

Вероятность нахождения свободных электронов на "горячих" и "холодных" участках проводника. На основе (2) для максимальной величины вероятности $P_{eг}$ нахождения свободных электронов в цилиндрическом объеме $\Delta V_п=\Delta z_г\cdot S_п$ "горячего" продольного участка проводника получаем:

$$P_{eг}=2\left(l_п S_п\right)^{-1}\cdot\Delta V_п=2\Delta z_г\cdot l_п^{-1}, \qquad (5)$$

где $\Delta z_г\ge e_0\,n_{e0}\,h/4\pi m_e\,\delta_п(t)$ — расчетная усредненная ширина "горячего" продольного участка проводника с плотностью тока $\delta_п(t)=i_п(t)/S_п$, определенная из соотношения неопределенностей Гейзенберга [2,5].

Используя (3), для максимальной величины вероятности P_{ex} нахождения свободных электронов в цилиндрическом объеме $\Delta V_п=\Delta z_х\cdot S_п$ "холодного" продольного участка рассматриваемого проводника имеем:

$$P_{ex}=2\left(l_п S_п\right)^{-1}\cdot\Delta V_п=\Delta z_х\cdot l_п^{-1}, \qquad (6)$$

где $\Delta z_х\le e_0\,n_{e0}\,h\left(\pi-2\right)/8\pi m_e\,\delta_п(t)$ — расчетная усредненная ширина "холодного" продольного участка проводника с плотностью тока $\delta_п(t)=i_п(t)/S_п$, найденная с использованием (5) из соотношения неопределенностей Гейзенберга [5].

Из квантовомеханической оценки по выражениям (5) и (6) максимальной вероятности нахождения свободных электронов на "горячих" и "холодных" продольных участках примененного в [10] тонкого круглого оцинкованного стального провода без изоляции, погруженного в воду, с постоянным током большой плотности ($l_п=118$ мм; $r_п=0{,}15$ мм; $S_п=7{,}07\cdot10^{-2}$ мм^2; $n_{e0}=1{,}68\cdot10^{20}$ мм$^{-3}$; $\delta_п=6{,}87\cdot10^2$ А/мм^2; $\Delta z_г=2{,}26$ мм; $\Delta z_х=1{,}29$ мм [4,5]) следует, что для рассматриваемого случая $P_{eг}=0{,}038$ (примерно 4%), а $P_{ex}=0{,}011$ (примерно 1%).

Плотность свободных электронов на "горячих" и "холодных" участках проводника. Запишем для рассматриваемого проводника закон количественного сохранения его основных носителей электричества, определяющих в нем электрический ток проводимости $i_п(t)$, в следующем приближенном виде [13]:

$$\left[n_{eг}\cdot\Delta z_г\cdot S_п+n_{ex}\cdot\Delta z_х\cdot S_п\right]\cdot n_{max}=n_{e0}\cdot l_п\cdot S_п, \qquad (7)$$

где $n_{eг}, n_{ex}$ — усредненная плотность свободных электронов соответственно на "горячих" и "холодных" продольных участках проводника; n_{max} — максимальное число электронных полуволн де Бройля в проводнике [4,5].

Учитывая вероятностный характер продольного распределения свободных электронов в металлическом проводнике с электрическим током проводимости $i_п(t)$, взаимосвязь усредненных плотностей свободных электронов $n_{eг}, n_{ex}$ с учетом выражений (5) и (6) будет определяться следующим соотношением:

$$n_{eг}/n_{ex}=P_{eг}/P_{ex}=2\Delta z_г/\Delta z_х. \qquad (8)$$

Тогда из (7) и (8) для искомых плотностей свободных электронов на "горячих" и "холодных" продольных участках исследуемого проводника в обобщенном виде имеем:

$$n_{eг}=2n_{e0}\cdot\Delta z_г\cdot l_п\left[n_{max}\left(2\Delta z_г^2+\Delta z_х^2\right)\right]^{-1}; \qquad (9)$$

$$n_{ex}=n_{e0}\cdot\Delta z_x\cdot l_п\left[n_{\max}\left(2\Delta z_г^2+\Delta z_x^2\right)\right]^{-1}. \quad (10)$$

Для количественного определения по (9) и (10) значений $n_{eг}, n_{ex}$ необходима, прежде всего, аналитическая оценка величины $n_{\max}$. При расчете значений $n_{\max}$ воспользуемся следующим экспериментально подтвержденным приближенным соотношением [4,5]:

$$n_{\max}=2n_0^2, \quad (11)$$

где n_0 — главное квантовое число, равное числу электронных оболочек в атоме металла проводника и, соответственно, номеру периода в периодической системе химических элементов Д.И. Менделеева, которому этот металл проводника принадлежит.

При указанном согласно (11) определении величины $n_{\max}$ и с учетом того, что $\Delta z_x=0{,}5(\pi-2)\cdot\Delta z_г$, а $(\Delta z_x+\Delta z_г)=l_п/2n_0^2$ [4,5], в дальнейшем при упрощении выражений (9) и (10) можно использовать следующие приближенные расчетные соотношения:

$$\Delta z_г=l_п/\pi n_0^2; \quad (12)$$

$$\Delta z_x=\left(0{,}5\pi-1\right)l_п/2\pi n_0^2. \quad (13)$$

Отметим, что экспериментальная проверка расчетных соотношений для $\Delta z_x, \Delta z_г$ согласно (5), (6), (12) и (13) подтвердила правомерность их использования при оценке основных геометрических параметров ВЭП металлического проводника [4,5]. После подстановки выражений (12) и (13) в () и (10) для усредненных плотностей свободных электронов $n_{eг}, n_{ex}$ соответственно на "горячих" и "холодных" продольных участках рассматриваемого проводника в принятом приближении окончательно получаем:

$$n_{eг}=4\pi n_{e0}\left[8+\left(\pi-2\right)^2\right]^{-1}; \quad (14)$$

$$n_{ex}=\pi\left(\pi-2\right)n_{e0}\left[8+\left(\pi-2\right)^2\right]^{-1}. \quad (15)$$

Из полученных выражений (14) и (15) видно, что усредненные плотности $n_{eг}, n_{ex}$ свободных электронов в области "горячих" и "холодных" продольных участков исследуемого проводника не зависят от амплитудно-временных параметров протекающего по ним тока проводимости $i_п(t)$ и соответственно плотности тока $\delta_п(t)$. При этом значения концентраций $n_{eг}, n_{ex}$ прямо пропорциональны первоначальной усредненной плотности n_{e0} свободных электронов в материале проводника. Возможно, это может быть объяснено принятой одноэлектронной расчетной моделью, характерной для приближения Хартри—Фока, дающего для чистых металлов хорошие результаты по описанию свойств твердого тела и распределению в нем носителей электричества [11].

Из (14) и (15) вытекает, что отношение усредненных плотностей свободных электронов на "горячих" $n_{eг}$ и "холодных" n_{ex} продольных участках металлического проводника друг к другу составляет постоянную величину, равную

$$n_{eг}/n_{ex}=4/\left(\pi-2\right). \quad (16)$$

Количественная оценка по (14) и (15) значений $n_{eг}, n_{ex}$ для указанного выше погруженного в воду тонкого круглого оцинкованного стального провода, нагреваемого постоянным током силой 48,6 А ($\delta_п=6{,}87\cdot10^8$ А/м^2; $n_{e0}=1{,}68\cdot10^{29}$м$^{-3}$ [5,10]), показывает, что в нашем случае $n_{eг}=22{,}69\cdot10^{28}$ м$^{-3}$, а $n_{ex}=6{,}47\cdot10^{28}$ м$^{-3}$. Видно, что на "горячем" продольном участке указанного оцинкованного стального провода происходит увеличение плотности свободных электронов примерно в 1,35 раза по сравнению с их первоначальной усредненной плотностью, а на "холодном" продольном участке — ее уменьшение приблизительно в 2,59 раза относительно значений n_{e0}. В соответствии с (16) отношение плотностей свободных электронов $n_{eг}/n_{ex}$ в указанном проводе численно составляет около 3,5. Данный количественный результат полностью соответствует взаимному соотношению расчетных приращений максимальных температур нагрева на "горячих" и "холодных" смежных продольных участках рассматриваемого оцинкованного стального провода [6], которое, в свою очередь, хорошо согласуется с данными соответствующего эксперимента по видеофиксации и измерению его неоднородного температурного поля при интенсивном электронагреве этого провода постоянным током большой плотности [10].

Выводы. Квантовомеханический подход к процессам распределения концентрации свободных электронов в тонких металлических проводниках позволяет в аналитическом виде установить для них такие стохастические характеристики как плотность вероятности пребывания ρ_{we}, вероятность нахождения P_e и плотность n_e свободных электронов на их "горячих" и "холодных" продольных участках. Усредненная плотность свободных электронов $n_{eг}$ на "горячих" продольных участках тонкого металлического проводника с электрическим током проводимости более чем в три раза превышает значение соответствующей плотности свободных электронов n_{ex} на его "холодных" продольных участках, что хорошо коррелирует с расчетными квантовомеханическими и экспериментальными результатами распределения температуры на-

грева на указанных участках тонкого оцинкованного стального провода при воздействии на них постоянного тока большой плотности.

1. *Александров А.Ф., Рухадзе А.А.* Сильноточные электроразрядные источники света // Успехи физических наук. — 1974. — т. 112. — № 2. — С. 195—230.

2. *Баранов М.И.* Волновое распределение свободных электронов в проводнике с электрическим током проводимости // Электротехника. — 2005. — № 7. — С. 25—33.

3. *Баранов М.И.* Волновой электронный пакет проводника с электрическим током проводимости // Електротехніка і електромеханіка. — 2006. — № 3. — С. 49—53.

4. *Баранов М.И.* Энергетический и частотный спектры свободных электронов проводника с электрическим током проводимости // Электротехника. — 2006. — № 7. — С. 29—34.

5. *Баранов М.И.* Новые физические подходы и механизмы при изучении процессов формирования и распределения электрического тока проводимости в проводнике // Технічна електродинаміка. — 2007. — № 1. — С. 13—19.

6. *Баранов М.И.* Квантовомеханический подход при расчете температуры нагрева проводника электрическим током проводимости // Технічна електродинаміка. — 2007& — № 5. — С. 14—18.

7. *Гулый Г.А.* Научные основы разрядно-импульсных технологий. — Киев: Наукова думка, 1990. — 208с.

8. *Кнопфель Г.* Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972. — 391с.

9. *Кузьмичев В.Е.* Законы и формулы физики/ Отв. ред. В.К. Тартаковский. — Киев: Наукова думка, 1989. — 864с.

10. *Марахтанов М.К., Марахтанов А.М.* Периодические изменения температуры по длине стальной проволоки, вызванные электрическим током // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Машиностроение. — 2003. — № 1. — С. 37—47.

11. *Справочник* по теоретическим основам радиоэлектроники / Под ред. Б.Х. Кривицкого, В.Н. Дулина. Т.1. — М.: Энергия, 1977. — 504 с.

12. *Столович Н.Н.* Электровзрывные преобразователи энергии / Под ред. В.Н. Карнюшина. — Минск: Наука и техника, 1983. — 151 с.

13. *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. — М.: Наука, 1976. — 616 с.

14. *Яворский Б.М., Детлаф А.А.* Справочник по физике. — М.: Наука, 1990. — 624 с.

Надійшла 12.04.07

УДК 621.372

В.Я.Жуйков, докт.техн.наук (НТУУ "КПИ"), **А.Ф.Розвадовский** (ООО "Оптима-Сервис связь", Севастополь)

Поле ближней зоны проводов электропитания в системе передачи данных

Получены выражения для определения напряженностей электрического и магнитного полей, создаваемых PLC (Power Line Communications) системами в ближней зоне. Выполнен расчет и измерения распределения тока и поля излучения отрезка двухпроводной линии, которая используется для передачи данных внутри помещений. Полученные результаты могут быть использованы для построения проводно-беспроводной локальной вычислительной сети, в которой провода линий электропитания выступают не только как среда передачи данных, но и как излучатели/приемники сигналов.

Отримано вирази для визначення напруженості електричного й магнітного полів, створюваних PLC (Power Line Communications) системами в ближній зоні. Виконано розрахунок і виміри розподілу струму й поля випромінювання відрізка дводротової лінії, що використовується для передачі даних усередині приміщень. Отримані результати можуть бути використані для створення дротово-бездротової локальної обчислювальної мережі, у якій дроти ліній електроживлення виступають не тільки як середовище передачі даних, але і як випромінювачі/приймачі сигналів.

Введение. Одними из основных задач, решаемых при использовании современных систем передачи данных, являются увеличение объемов и скорости обмена информацией, обеспечение ее надежной и достоверной доставки адресату. Системы должны удовлетворять таким требованиям, как простота реализации, мобильность подключаемых устройств, легкая расширяемость [4]. Этим требованиям отвечает технология передачи по линиям электропитания — *Power Line Communications* (*PLC*), в которой провода электропитания используются в качестве физической среды передачи [7].

© Жуйков В.Я., Розвадовский А.Ф., 2008