УДК 621.313.8

А.Е.АНТОНОВ, докт.техн.наук, И.С.ПЕТУХОВ, канд.техн.наук (Ин-т электродинамики НАН Украины, Киев)

Проявление внешнего поля рассеяния двухкоординатной электрической машины

Исследовано распределение внешнего магнитного поля рассеяния двухкоординатных электрических машин магнитоэлектрического типа со сферическим ротором. Установлен механизм и степень влияния поля рассеяния на точностные параметры таких машин.

Досліджено розподіл зовнішнього магнітного поля розсіювання двокоординатних електричних машин магнітоелектричного типу з сферичним ротором. Встановлено механізм та ступінь впливу поля розсіювання на точнісні параметри таких машин.

Введение. Принципиальной особенностью магнитоэлектрических систем с двумя степенями свободы вращения ротора, которые принято называть еще двухкоординатными электрическими машинами (ДЭМ), являются внутренние перекрестные связи между состояниями ротора относительно двух взаимно ортогональных осей подвеса [1]. Эти связи выражаются в возникновении паразитного момента вращения вокруг одной из осей, если момент вращения создан относительно другой оси. Кроме того, в обмотке, которая не участвует в создании момента и по которой не протекает ток управления, возбуждается ЭДС, вызванная вращением намагниченного ротора, взаимодействующего со второй обмоткой управления. В результате по первой обмотке протекает несанкционированный ток, порожденный этой ЭДС, который также создает паразитный момент управления. Перекрестные связи вносят ошибку в управление положением ротора и требуют их учета при формировании соответствующих законов управления. Эти связи в ДЭМ поддаются математическому описанию и могут быть определены из основных уравнений динамического состояния [1]

$$\ddot{\alpha}\cdot I - i_Z\cdot\Psi_Z\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta + \dot{\alpha}\cdot v_X = m_X, \qquad (1)$$

$$\ddot{\beta}\cdot I - i_X\cdot\Psi_X\cdot\cos\beta + i_Z\cdot\Psi_Z\cdot\sin\alpha\cdot\sin\beta + \dot{\beta}\cdot v_Z = m_Z, \qquad (2)$$

$$L_X\frac{di_X}{dt} + \Psi_X\cdot\dot{\beta}\cdot\cos\beta + i_X\cdot R_X = U_X, \qquad (3)$$

$$L_Z\frac{di_Z}{dt} + \Psi_Z\left(\dot{\alpha}\cdot\cos\alpha\cdot\cos\beta - \dot{\beta}\cdot\sin\alpha\cdot\sin\beta\right) + i_Z\cdot R_Z = U_Z, \qquad (4)$$

где α, β — углы наклона ротора относительно осей подвеса; Ψ_X, Ψ_Z — потокосцепления магнита ротора с обмотками управления; L_X, L_Z, R_X, R_Z — индуктивности и сопротивления обмоток управления; i_X, i_Z — токи в обмотках управления; v_X, v_Z — коэффициенты вязкого трения ротора относительно осей подвеса.

Из (1)...(4) следует, что перекрестные связи являются функциями углов наклона ротора относительно осей подвеса и могут вызывать несанкционированное движение ротора. Но кроме этой принципиальной особенности ДЭМ существуют и другие, которые определяются не только кинематикой ротора, но и ее конструктивным исполнением. В частности, при наличии кольца карданного подвеса имеет место взаимное движение кольца и ротора в пределах углов наклона, определяемых конструкцией. В зависимости от степени насыщения внешнего магнитопровода ротора и свойств материала кольца в последнем возбуждаются вихревые токи, поля которых взаимодействуют с полем рассеяния ротора и могут вызвать его несанкционированное перемещение, т.е. внести ошибку в отработку углового положения. Для исследования степени такого взаимодействия нами было проведено моделирование внешнего поля ДЕМ со сферическим ротором с целью установления формы и уровня поля рассеяния, пронизывающего токопроводящие элементы ее конструкции. Следует заметить, что

© Антонов А.Е., Петухов И.С., 2008

стремление снизить внешний поток рассеяния за счет увеличения сечения магнитопровода вступает в противоречие с требованием достижения максимального быстродействия ДЭМ, поскольку рост сечения магнитопровода приводит к увеличению осевых моментов инерции ротора. Поэтому для нахождения некоторого компромисса между этими двумя требованиями целесообразно установить также и зависимость степени влияния относительного сечения магнитопровода на внешнее поле рассеяния.

Параметры модели. В качестве исследуемой модели принята наиболее эффективная (с точки зрения габаритной мощности) структура ДЭМ, содержащая сферический постоянный магнит, полый сферический магнитопровод, обмотки управления, располагаемые в воздушном зазоре, оси и кольцо карданового подвеса (рис. 1). На рис. 1 обозначены: *1* — сферический ротор-магнит; *2* — полый сферический магнитопровод; *3,8* — оси подвеса ротора; *4, 5* — обмотки управления; *6* — подшипники подвеса; *7* — инерционная нагрузка ротора, жестко соединенная с осью подвеса *8*; *9* — кольцо подвеса ротора.

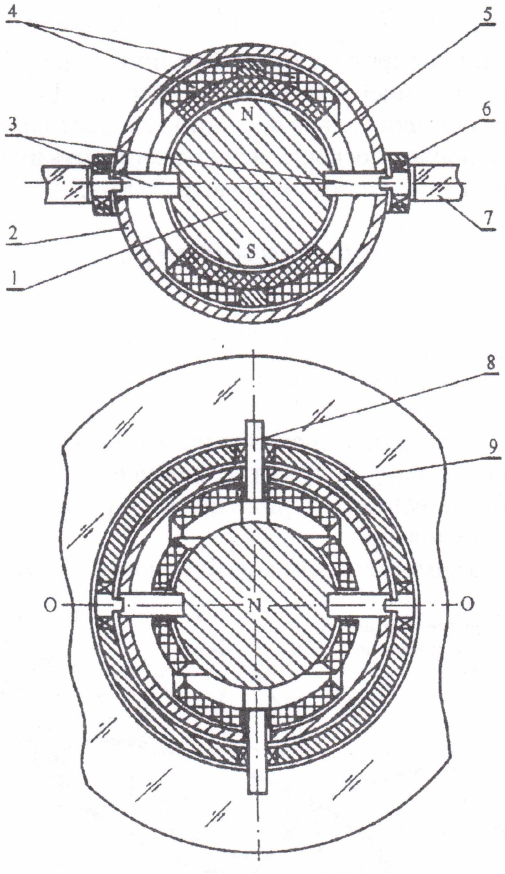

Рис. 1

Заметим, что геометрические размеры ДЭМ, выбранные для моделирования, не имеют принципиального значения, поскольку в силу принципов подобия магнитных систем [2] не влияют ни на распределение магнитного поля, ни на величины индукции в идентичных точках. Поэтому с учетом упомянутых принципов подобия результаты, полученные для настоящей модели, могут быть применены к любым геометрически подобным ее вариациям.

В расчетную модель ДЭМ введены следующие параметры и величины:

— диаметр магнита $D = 35$ мм;

— воздушный зазор $\delta = 6{,}5$ мм;

— зазор между магнитопроводом и кольцом $\delta_к = 1{,}5$ мм;

— сечение кольца подвеса 5x5 мм;

— толщина магнитопровода 1,5...3,5 мм;

— материал магнита — NdFeB ($H_c = 800$ кА/м; $\mu_{маг} = 1{,}04$; $\gamma_{маг} = 7{,}5$ г/см^3);

— материал магнитопровода — массивная электротехническая сталь ($\rho_{Ст} = 0{,}11 \cdot 10^{-6}$ Ом·м; $\gamma_{Ст} = 7{,}8$ г/мм^3);

— материал кольца — титановый сплав ВТ6 ($\rho_Т = 0{,}16 \cdot 10^{-6}$ Ом·м), латунь Л63 ($\rho_Т = 0{,}0714 \cdot 10^{-6}$ Ом·м), сплав В95Т ($\rho_Т = 0{,}05 \cdot 10^{-6}$ Ом·м) — последние два материала рассмотрены лишь для оценки влияния электропроводности на показатели ДЭМ.

Длина воздушного зазора в модели ДЭМ была выбрана на основании полученных ранее данных об оптимальных соотношениях между диаметром сферического магнита и длиной воздушного зазора, обеспечивающих максимальное значение развиваемого момента на единицу затрачиваемой электрической мощности [1].

Методика исследований. Действие полей рассеяния проявляется в виде вихревых токов, возбуждаемых в электропроводящих элементах конструкции, которые возрастают с увеличением скорости взаимного перемещения элементов. Поэтому их влияние исследовано в тех режимах работы ДЭМ, для которых характерна наибольшая скорость движения ротора, и которые реализуются в режиме быстрого сканирования. При моделировании варьировались такие параметры, как угол первичного наклона ротора относительно кольца подвеса (в диапазоне 0...78 градусов), амплитуда угловых колебаний ротора относительно первичного угла наклона ротора (от 1 до 10 градусов) и частота колебаний (от 10 до 100 Гц).

На рис. 2 показана картина распределения магнитного потока, создаваемого двухполюсным сферическим магнитом ротора, результирующая ось намагничивания которого ортогональна осям поворота ротора при нулевых углах α, β. Там же показан график распределения радиальной составляющей индукции вдоль любой меридианальной плоскости на радиусе, соответствующем положению центра сечения кольца при изменении угла α от $-\pi/2$ до $+\pi/2$ (т.е. от одного полюса до другого). Эта составляющая и является причиной возникновения вихревых токов в кольце при его переме-

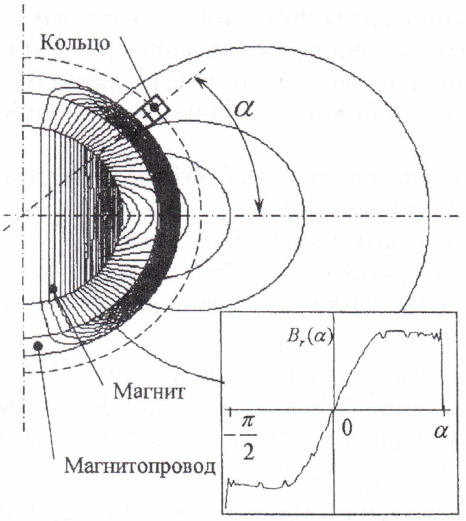

Рис. 2

щении относительно магнитной системы.

Определение ЭДС движения. Для расчета вихревых токов в кольце необходимо решать нестационарную задачу о движении проводящей среды (кольцо подвеса) во внешнем магнитном поле. Небольшие поперечные размеры сечения кольца и низкие частоты колебания позволяют упростить задачу. Так, даже при использовании алюминиевого сплава В95 при частоте колебаний 100 Гц глубина проникновения поля составляет 1,1 см, что более чем в два раза превышает размеры поперечного сечения кольца. Поэтому поверхностным эффектом в сечении кольца можно пренебречь.

Ввиду малых размеров поперечного сечения кольца его можно представить сосредоточенным контуром, проходящим через центр сечения. Но, поскольку имеет место неравномерное распределение поля рассеяния в пределах рассматриваемого сечения, а сопротивление кольцевым токам при различных радиусах также различно, важно оценить ошибку, получаемую при такой замене. Оценим различие, которое мы получим, представив кольцо одним или четырьмя эквивалентными сосредоточенными контурами равномерно расположенными в радиальном направлении. Результаты моделирования показали, что в пределах сечения эта составляющая изменяется практически линейно, а величина ее по отношению к центру составляет 1,2 на внутренней грани и 0,8 — на внешней. Поскольку активное сопротивление и индуктивность сосредоточенных контуров линейно зависят от радиуса, можно сделать требуемую оценку. Так, ЭДС в четырех контурах, расположенных равномерно и концентрично в пределах сечения кольца, будут составлять 1,15; 1,05; 0,95; 0,85 от ЭДС E в центре кольца. Соответственно сопротивления указанных контуров составят 0,946; 0,963; 1,037; 1,056 от сопротивления контура Z, вычисленного по средней линии кольца. Рассмотрев сумму потерь в этих контурах, получим:

$$\left(\frac{1{,}15^2}{0{,}946}+\frac{1{,}05^2}{0{,}963}+\frac{0{,}95^2}{1{,}037}+\frac{0{,}85^2}{1{,}056}\right)\frac{E^2}{4Z}=1{,}024\,\frac{E^2}{Z}, \qquad (5)$$

откуда видно, что увеличение точности в этом случае составляет лишь 2,4 %. Это изменение точности еще меньше при рассмотрении эквивалентных контуров, расположенных в пределах сечения кольца вдоль угловой координаты, поскольку вдоль этой координаты длина контура и, соответственно, его активное сопротивление не изменяются.

Рассмотрим распределение ЭДС вдоль окружности кольца. ЭДС, наводимая в каждом бесконечно малом участке кольца, зависит от радиальной составляющей магнитной индукции, линейной скорости этого участка и угла, под которым он пересекает радиальную составляющую магнитного поля. В соответствии с кинематикой вращательного движения ротора каждая точка кольца движется по окружности с центром, расположенным на оси поворота. На рис. 3 показаны траектория и вектор скорости $\vec{v}$ некоторой точки кольца, а также вектор радиальной составляющей индукции $\vec{B}_r$ в этой точке. Из рисунка видно, что ЭДС в рассматриваемой точке определяется произведением проекции вектора скорости $\vec{v}_m$ на меридианальную плоскость, проведенную через эту точку, и величины радиальной составляющей магнитной индукции. Для произвольной точки кольца проекцию скорости на меридианальную плоскость можно вычислить в соответствии с рис. 3 с помощью выражения:

$$v_m(\alpha)=\omega(\alpha)R_C\cos\psi\cdot\cos\alpha\left[1+\frac{\cos^2\psi\cdot\sin^2\alpha}{\cos^2\psi\cdot\cos^2\alpha+\sin^2\psi}\right]^{0,5}, \qquad (6)$$

где ω — мгновенное значение угловой частоты колебания кольца, ψ — угол отклонения центра участка кольца от нулевого меридиана, R_C — радиус средней линии кольца.

При гармоническом колебательном движении

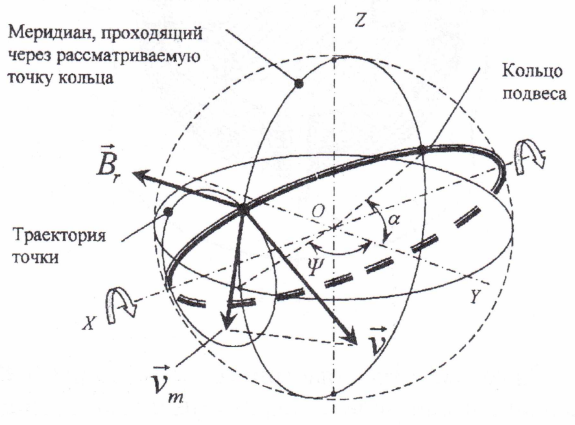

Рис. 3

кольца величины α и ω, в выражении (6) зависят от времени t и определяются зависимостями

$$\alpha(t)=\alpha_0+\Delta\alpha\cdot\sin(\Omega t)\,, \qquad (7)$$

$$\omega(t)=\Delta\alpha\,\Omega\cdot\cos(\Omega t)\,, \qquad (8)$$

где α_0 — угол первичного наклона ротора, относительно которого происходит колебание, $\Delta\alpha$ — амплитуда колебаний кольца, Ω — частота колебаний кольца. Из выражения (6) видно, что вклад участков кольца в суммарную ЭДС контура кольца уменьшается по мере приближения к оси подвеса, т.е. по мере приближения угла ψ к величине $\pm 90^0$. На рис. 4 показаны графики ЭДС в десяти точках равномерно распределенных на половине кольца при первичном угле $\alpha_0=5^0$ и амплитуде колебаний $\Delta\alpha=10^0$. Суммарная ЭДС кольца определяется интегрированием по его длине. Как видно из рисунка, ЭДС в этом случае содержит как первую, так и вторую гармонику по отношению к частоте колебаний кольца Ω. Это объясняется изменением знака радиальной составляющей индукции при переходе угла наклона кольца через нуль (рис. 2). По мере увеличения первичного угла наклона кольца (и, соответственно, всего ротора) доля первой гармоники возрастает. Тем не менее, ввиду того, что радиальная составляющая магнитной индукции зависит от угла наклона кольца (рис. 2), ЭДС в кольце всегда содержит высшие гармоники, которые учитывались в расчетах. Отметим, что хотя в расчетах учитывалось пять гармоник, можно было ограничиться тремя ввиду малости остальных.

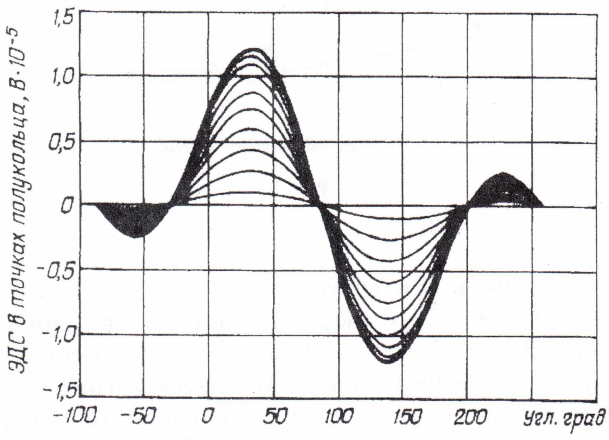

Рис. 4

Второстепенные факторы, влияющие на потери. Кроме активных потерь от токов, вызванных непосредственно ЭДС движения, имеют место несколько других факторов, вызывающих потери и, поэтому, требующих изучения. Токи, протекающие в кольце, создают собственное переменное электромагнитное поле, которое проникает в массивный магнитопровод, также вызывая в нем потери. Причем, потери вызываются как изменением поля, так и движением его относительно магнитопровода.

Неравномерное насыщение магнитопровода приводит к тому, что в кольце с током, движущемся относительно среды с разной магнитной проницаемостью, возникает параметрическая ЭДС, обусловленная изменением индуктивности контура кольца и вызывающая дополнительные токи в кольце.

Для учета этих явлений требуется расчет трехмерного поля, поскольку ось результирующего поля магнита не совпадает с осью поля токов кольца при первичном угле наклона отличном от нуля. В связи с этим были приняты некоторые допущения. Поскольку процессы в различных точках кольца можно считать подобными, что следует из подобия кривых на рис. 4, рассчитывалось поле от токов кольца в сечении на нулевом меридиане (плоскость XOY на рис. 3), которое полагалось плоско-параллельным. Рассчитав это поле для различных углов наклона кольца, можно получить зависимость эквивалентного сопротивления $Z_{\text{пл}}(\alpha)$ обмотки, моделирующей кольцо в плоско-параллельном приближении, от угла наклона α. Тогда, используя вышеприведенное предположение о подобии процессов в различных точках кольца, получим выражение для вклада в его эквивалентное сопротивление собственного магнитного поля и потерь в магнитопроводе

$$Z(\alpha)=Z(\alpha=0)\,\frac{Z_{\text{пл}}(\alpha)}{Z_{\text{пл}}(\alpha=0)}\,. \qquad (9)$$

Ввиду того, что рассматриваемые амплитуды колебаний угла наклона α невелики (1...4 градуса), будем считать это сопротивление неизменным в процессе колебания и зависящим только от первичного угла наклона α_0 в соответствии с (9). В результате для тока k-той гармоники $\dot{I}_k$ получим выражение

$$\dot{I}_k=\frac{\dot{E}_k}{R+Z_k(\alpha_0)}\,, \qquad (10)$$

где $\dot{E}_k$ — суммарная ЭДС k-той гармоники, R — активное сопротивление кольца.

Отметим, что вклад в потери активной составляющей сопротивления Z_k на четыре порядка меньше, чем вклад активного сопротивления R. Активные потери, вызванные отмеченными выше явлениями (ЭДС в магнитопроводе от движения кольца с током и параметрической ЭДС из-за влияния переменной магнитной проницаемости насыщенного магнитопровода), учитывались отдельно аналогичным образом. Относительная доля их вклада в общие потери составляла не более 10^{-4} ... 10^{-3}.

Особенности учета явлений, возникающих при рассмотрении поля рассеяния ДЭМ, и оценка погрешности, вызванной принимаемыми допущениями или упрощениями, приведены в таблице.

Из таблицы видно, что параметры кольца, обусловленные собственным магнитным полем и взаимодействием с массивом магнитопровода, учитываются в математической модели (второе слагаемое в знаменателе (10). Хотя потери в этом случае имеют тот же порядок, что и потери вследствие явлений 4 и 5, однако учет индуктивных параметров кольца имеет значение для определения токов в нем в соответствии с выражением (9).

Явление	Особенности моделирования	Погрешн. опр. потерь вследствие допущений
1. Собств. поле магнита	Численный расчет с учетом насыщения магнитопровода.	-
2. ЭДС движения в кольце	Рассчитывается в центре сечения кольца (распределение индукции по сечению кольца полагается равномерным).	2 %
3. Переменное поле индуктированных токов в кольце	Импеданс кольца определяется по осесимметричному полю неподвижного кольца при $\alpha=0$ и зависимости от α характеристик плоского поля в области центрального сечения при среднем значении магнитной проницаемости магнитопровода, соответствующем среднему углу α.	0,01...0,03%
4. Переменное поле, наведенное в магнитопроводе движением кольца с током	Токи в магнитопроводе рассчитываются для плоского поля в центральном сечении движущегося кольца с постоянным током, равным действующему значению переменного тока кольца. На остальные сечения кольца результаты распространяются, исходя из подобия процессов. Магнитная проницаемость учитывается аналогично п.3.	0,01...0,03%
5. Параметрическая ЭДС из-за неравномерного насыщения магнитопровода	Рассчитывается по полю в центральном сечении и подобию процессов в других сечениях аналогично пп. 3,4. Магнитная проницаемость полагается изменяющейся гармонически между максимальным и минимальным значениями в заданном диапазоне угла α.	0,05 %

Результаты исследования. Для оценки величины потерь и зависимости их от различных показателей режима выберем в качестве базисной величины *максимальную кинетическую энергию подвижной части ДЭМ (магнит, магнитопровод, кольцо подвеса)*. Как отмечалось, соотношения между геометрическими размерами ДЭМ (кроме толщины магнитопровода) определяются, исходя из условия максимума развиваемого электромагнитного момента. В результате остается два фактора, влияющих на величину потерь от потоков рассеяния в кольце карданного подвеса: толщина магнитопровода и угол первичного наклона ротора.

Толщина магнитопровода оказывает значительное влияние на массу и момент инерции ротора ДЭМ и поэтому ее стремятся минимизировать. С другой стороны, уменьшение этой толщины приводит к рассеянию магнитного потока, которое приводит к появлению паразитного момента от вихревых токов, протекающих в кольце подвеса. Поэтому рассмотрим влияние этого параметра в первую очередь. На рис. 5 показаны зависимости относительного значения потерь в кольце подвеса от толщины магнитопровода при различных значениях угла первичного наклона ротора и амплитуде колебаний 1 градус. Все кривые подобны и указывают на резкое увеличение потерь при уменьшении толщины магнитопровода. Отметим, что выбор в качестве базисной величины максимальной кинетической энергии подвижной части устраняет зависимость от частоты колебаний относительное значение энергии потерь. Кривые на рис. 5, соответствующие различным углам первичного наклона ротора, показывают, что при уменьшении толщины магнитопровода от 2,1 мм до 1,5 мм потери возрастают в 10 раз. Необходимо заметить также, что графики рис. 5, построенные в логарифмическом масштабе по вертикальной оси, представляют собой практически прямые линии, что

Рис. 5

свидетельствует о близкой к экспоненциальной зависимости между рассматриваемыми величинами. Учитывая это, можно сделать более общий вывод относительно влияния толщины магнитопровода на величину потерь в зависимости от потока рассеяния: при уменьшении толщины магнитопровода в 1,4 раза от любого промежуточного значения величина потерь увеличивается в 10 раз.

Кривые на рис. 5 свидетельствуют о зависимости величины потерь также и от угла первичного наклона ротора. Эти зависимости для толщины магнитопровода 1,5 мм, 2 мм и 2,5 мм показаны на рис. 6 при амплитуде колебания ротора 1 градус. На кривых явно выражен максимум потерь, достигаемый при угле первичного наклона ротора 40 градусов, причем значение этого угла мало изменяется

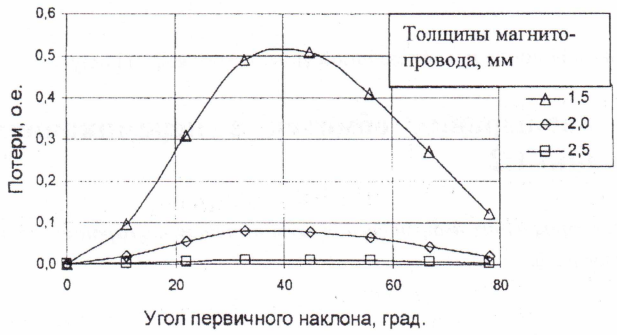

Рис. 6

с изменением толщины магнитопровода для приведенного диапазона толщин. Заметим, что при дальнейшем увеличении толщины магнитопровода точка максимума сдвигается. Так, при толщине 3,0 мм максимум потерь соответствует углу 45 градусов, а при толщине 3,5 мм — 50 градусов. Объяснить наличие этого максимума можно, рассмотрев зависимость радиальной составляющей индукции B_r от угла наклона кольца, показанную на рис. 2 и рис. 3, которые иллюстрируют проецирование вектора скорости $\vec{v}$ на меридианальную плоскость. Во-первых, при углах наклона кольца α больших, чем 45 градусов, рост радиальной составляющей индукции прекращается. Во-вторых, при увеличении угла наклона уменьшается вклад в суммарную ЭДС участков кольца, удаленных от центрального сечения YOZ вследствие уменьшения проекции скорости v_m, что отражается в (6) произведением косинусов углов перед знаком радикала.

Что касается зависимости потерь от частоты и амплитуды колебаний, то эта зависимость является практически линейной. Этот факт объясняется очень слабым влиянием вихревых токов в кольце на электромагнитное поле, создаваемое магнитом, которое и определяет магнитное состояние магнитопровода.

Выводы. 1. Величина внешнего поля рассеяния ДЭМ существенно зависит от толщины магнитопровода, а, следовательно, от степени его насыщения. Это поле рассеяния, взаимодействуя с кольцом карданового подвеса, наводит вихревые токи, от которых выделяются потери, приводящие к возникновению паразитного момента.

2. Для ДЭМ со сферическим магнитом и геометрией, оптимизированной с точки зрения достижения максимального вращающего момента, уменьшение толщины магнитопровода в 1,4 раза приводит к возрастанию потерь в кольце карданового подвеса приблизительно в 10 раз.

3. При изменении первичного угла наклона ротора потери также изменяются и имеют явно выраженный максимум в диапазоне 40 ... 50 градусов.

4. Основная и подавляющая доля потерь создается токами от ЭДС движения кольца. Вторичные факторы такие как вихревые токи в магнитопроводе от собственного переменного поля токов кольца и токи в кольце от параметрической составляющей, вызванной зависимостью индуктивности кольца от угла его наклона вследствие насыщения магнитопровода, составляют пренебрежимо малую долю.

5. Потери в кольце карданового подвеса, вызванные потоком рассеяния ротора, линейно зависят от частоты и амплитуды колебаний ротора.

1. *Антонов А.Е* Двухкоординатные электрические машины для следящих систем. — К.: Изд. Ин-та электродинамики НАН Украины, 2000. — 191 с.

2. *Постоянные магниты*. Справочник / Под ред. Ю.М.Пятина. — М.: Энергия, 1980. — 108 с.

Надійшла 03.04.2008