

## Влияние формы импульса внешнего магнитного поля на электродинамические усилия, деформирующие цилиндрическую оболочку

*Исследовано изменение давления импульсного магнитного поля, действующего на цилиндрическую проводящую оболочку при колебательном и аperiodическом разряде емкостного накопителя на внешний индуктор. Рассчитано проникновение осевого магнитного поля в оболочку для импульса внешнего магнитного поля в виде "срезанной" экспоненциально затухающей синусоиды. Показано влияние момента "среза" части первой полуволны такого импульса на величину отрицательного давления, расширяющего оболочку.*

*Досліджено зміну тиску імпульсного магнітного поля, що діє на циліндричну провідну оболочку при коливальному та аперіодичному розряді ємнісного накопичувача на зовнішній індуктор. Розраховано проникнення осевого магнітного поля в оболочку для імпульсу зовнішнього поля у вигляді "зрізаної" експоненціально затухаючої синусоїди. Показано вплив моменту "зрізу" частини першої півхвилі такого імпульсу на величину від'ємного тиску, що розширює оболочку.*

**Введение.** При магнитно-импульсной обработке металлов широкое распространение получили технологические операции, основанные на сжатии или расширении цилиндрических трубчатых заготовок из хорошо проводящих материалов (в дальнейшем — операции "обжим" или "раздача") [1]. При взаимодействии результирующего импульсного магнитного поля системы индуктор-заготовка и вихревых токов в заготовке возникают электродинамические усилия (ЭДУ), деформирующие — сжимающие или расширяющие заготовку. Обычно в случае операции "обжим" индуктор, создающий импульсное магнитное поле, располагают снаружи заготовки, а в случае операции "раздача" — внутри. При внешнем расположении индуктора относительно заготовки обычно преобладают сжимающие ЭДУ, приводящие к операциям "обжим". При внутреннем расположении индуктора и "раздаче" заготовки в диэлектрическую матрицу вследствие экранирующего действия заготовки наблюдаются только расширяющие ЭДУ.

Создание надежного внутреннего индуктора для "раздачи" трубчатых заготовок малого диаметра является весьма трудной технической задачей. Поэтому было предложено осуществлять эту технологическую операцию с помощью внешнего индуктора [10]. Поскольку такое расположение индуктора характерно для операций "обжим", то с целью предотвращения сжатия заготовки внутри последней помещают специальную диэлектрическую оправку. На первой стадии процесса на заготовку действуют сжимающие ЭДУ, но пластической деформации препятствует оправка. После изменения направления ЭДУ на второй стадии происходит расширение заготовки. Последующее изменение направления ЭДУ и соответствующее нежелательное сжатие заготовки предотвращается формирова-

нием импульса внешнего магнитного поля при помощи дополнительных устройств, включаемых в разрядный контур накопителя энергии [4, 9].

В известных работах [5, 6, 8] недостаточно исследовано влияние формы импульса внешнего магнитного поля на закон изменения ЭДУ, действующих на цилиндрическую трубчатую заготовку, особенно с точки зрения ее возможного расширения при помощи внешнего индуктора. В частности, в работе [8] были выполнены расчеты для импульса "треугольной" формы, фронт которого линейно нарастает до некоторого момента времени, после которого внешнее магнитное поле исчезает. Показано, что после прерывания внешнего магнитного поля ЭДУ изменяют направление и стремятся расширить заготовку. При относительно медленном нарастании внешнего поля на фронте "треугольного" импульса эффект проявляется резче. Идея использования на первой стадии процесса медленно нарастающего внешнего магнитного поля — для обеспечения лучшего проникновения внутрь оболочки, а на второй — быстрое его прерывание была высказана также в работе [10]. Однако качественные термины "медленное нарастание" и "быстрое прерывание" не были учтены расчетами электромагнитного поля для реальных заготовок и технически реализуемых импульсов внешнего магнитного поля, получаемых с помощью емкостного накопителя энергии.

Целью данной работы является исследование изменений ЭДУ, деформирующих цилиндрическую проводящую оболочку при помощи внешнего индуктора, в зависимости от формы импульсов внешнего магнитного поля, электрофизических характеристик и размеров оболочки.

**Формулировка задачи и основные расчетные формулы.** Рассматриваем проникновение осевого

импульсного магнитного поля в цилиндрическую неподвижную проводящую оболочку из хорошо проводящего материала с постоянными абсолютной магнитной проницаемостью  $\mu$  и удельной электропроводностью  $\gamma$ . Среда, в которой находится оболочка, является немагнитной. Толщина оболочки равна  $d$ , радиус —  $R$ , причем  $d < R$  (рис. 1). Токами смещения и краевыми эффектами пренебрегаем, а волну электромагнитного поля в материале оболочки, распространяющуюся нормально к ее боковой поверхности, полагаем плоской. Математическая формулировка задачи состоит из одномерного уравнения параболического типа (однородного, линейного, с постоянными коэффициентами) для напряженности магнитного поля  $H(z, t)$  [2, 5, 6, 8]

$$\partial^2 H / \partial z^2 - \mu \gamma \partial H / \partial t = 0, \quad (1)$$

начального условия

$$H(z, 0) = 0, \quad (2)$$

граничных условий

$$H(0, t) = f(t) \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial z} \right|_{z=d} + \frac{1}{2} \mu_0 \gamma R \frac{dH(d, t)}{dt} = 0, \quad (4)$$

где  $z$  — координата, отсчитываемая в радиальном направлении от произвольной точки на внешней поверхности оболочки,  $0 \leq z \leq d$  (рис. 1);  $f(t)$  — заданная функция, определяющая форму импульса внешнего магнитного поля;  $\mu_0$  — магнитная постоянная;  $H(d, t)$  — напряженность магнитного поля, проникшего внутрь оболочки.

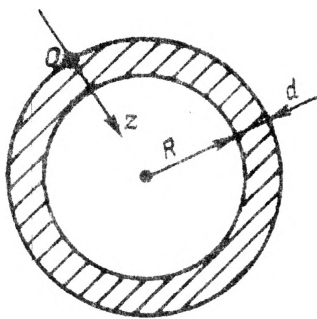


Рис. 1

Граничное условие (4) получено с помощью закона электромагнитной индукции для внутренней поверхности оболочки.

В случае  $f(t) = 1(t)$  ( $1(t)$  — единичная функция) решение задачи (1)–(4) при  $z = d$  является переходной функцией напряженности проникшего внутрь оболочки магнитного поля [2, 3]

$$H_1(d, t) = 1 - 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\exp(p_k t)}{x_k \cdot \csc x_k + \cos x_k}, \quad (5)$$

где  $x_k$  — корни уравнения  $x_k \operatorname{tg} x_k = 2\mu_r d/R$ ;  $\mu_r = \mu/\mu_0$ ;  $p_k = -x_k^2 / (d^2 \mu \gamma)$ .

В случае других функций  $f(t)$ , имеющих изображения по Лапласу, напряженность магнитного поля  $H(d, t)$  находим с помощью переходной функции (5) и интеграла Дюамеля [3].

ЭДУ, действующие на оболочку, будем характеризовать величиной

$$p(t) = \mu_0 [H^2(0, t) - H^2(d, t)] / 2, \quad (6)$$

которую называем давлением магнитного поля [1, 8, 10]. В действительности же отождествление величины  $p(t)$  с давлением носит условный характер, так как ЭДУ распределены по объему оболочки, а величина  $p(t)$  равна суммарной силе, приходящейся на единицу площади боковой поверхности заготовки и имеет размерность давления.

**Импульс магнитного поля при колебательном разряде емкостного накопителя энергии на индуктор.** В этом случае, рассмотренном в работах [5, 6, 8], граничное условие (3) принимает такой вид:

$$H(0, t) = H_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t, \quad (7)$$

где  $H_0, \alpha, \omega$  — постоянные.

На рис. 2 и 3 показаны соответственно напряженность проникшего внутрь оболочки магнитного поля  $H(d, t)$  и давление  $p(t)$  при  $\alpha/\omega = 0,2$ ;  $d/r = 0,05$  и таких значениях  $d/\Delta$ : для кривых 1 —  $d/\Delta = 0,1$ ; 2 — 0,2; 3 — 0,4 ( $\Delta$  — глубина проникновения электромагнитного поля [7],  $p_0 = 0,5 \mu_0 H_0^2$ ). Кривая 4 на рис. 2 построена по формуле (7), для остальных кривых использовали формулы из работ [5, 6]. Принято  $\mu = \mu_0$  (то же относится и к остальным расчетным данным).

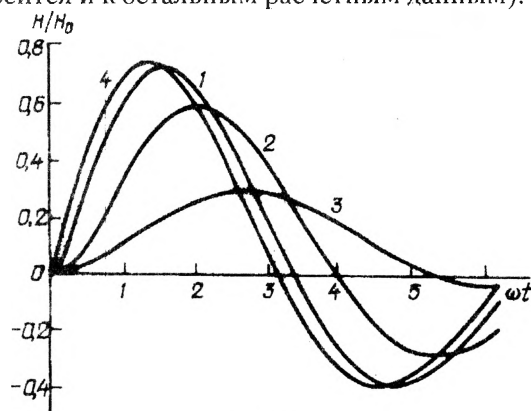


Рис. 2

Качественный анализ изменения ЭДУ в зависимости от частоты поля и электропроводности материала, выполненный с использованием сдвига фаз между индукциями внешнего и проникшего магнитного поля [10], не позволяет учесть совместное влияние электрофизических характеристик

материала и размеров оболочки. Поэтому используем критерии подобия  $d/\Delta$  и  $d/R$ , которые характеризуют соответственно затухание электромагнитного поля в материале оболочки и отражение волн от ее внутренней границы [6]. Кроме того, заметим, что понятие "сдвиг фаз", используемое обычно для установившегося синусоидального режима, в рассматриваемом переходном процессе не вполне корректно, так как форма импульса напряженности магнитного поля, проникшего внутрь оболочки, отличается от экспоненциально затухающей синусоиды, причем значительно при возрастании  $d/\Delta$  (рис. 2, кривые 1–4). При этом сдвиг фаз, строго говоря, является функцией времени. Поэтому под величиной  $\psi_H$  мы будем понимать сдвиг фаз между максимальными значениями  $H(0, t)$  и  $H(d, t)$ , т.е.

$$\psi_H = \omega(t_{mi} - t_m),$$

где  $t_{mi}, t_m$  — моменты времени, в которые соответственно  $H(0, t)$  и  $H(d, t)$  принимают максимальные значения;  $\omega t_m = \pi/2 - \text{arctg}(\alpha/\omega)$ .

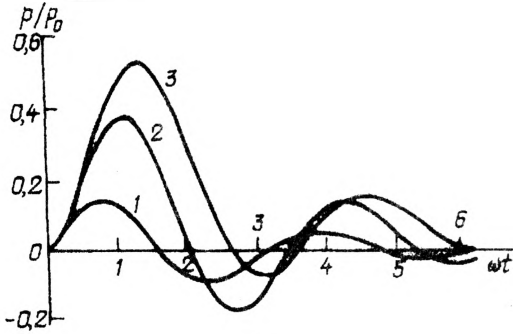


Рис. 3

В таблице приведены значения  $\psi_{mi} = \omega t_{mi}$  (в числителях) и  $\psi_H$  (в знаменателях) в зависимости от  $d/R, d/\Delta$  и  $\alpha/\omega$ . Видим, что  $\psi_H$  мало зависит от величины  $\alpha/\omega$ . При малых значениях  $d/\Delta$  магнитное поле лучше проникает внутрь оболочки, а сдвиг фаз  $\psi_H$  невелик (рис. 2, кривые 4, 1; табл.)

$\alpha/\omega:$ $\omega t_m$	$d/R$	$d/\Delta$		
		0,1	0,2	0,4
0.1; 1.47	0,05	1.68/0.21	2.14/0.67	2.72/1.25
	0.25	1.52/0.05	1.67/0.20	2.14/0.67
0.2; 1.37	0,05	1.59/0.22	2.06/0.69	2.67/1.30
	0.25	1.42/0.05	1.58/0.21	2.06/0.69
0.3; 1.28	0,05	1.50/0.22	1.98/0.70	2.61/1.33
	0.25	1.33/0.05	1.49/0.21	1.98/0.70

Следствием являются относительно небольшие по амплитуде как сжимающие (положительные согласно формуле (6)), так и расширяющие (отрицательные) значения  $p(t)$  (рис. 3, кривая 1). С

увеличением  $d/\Delta$  напряженность проникшего магнитного поля уменьшается, но возрастает величина  $\psi_H$  (рис. 2) и соответственно как положительные, так и отрицательные давления, действующие на оболочку (рис. 3, кривая 2). Однако при относительно больших  $d/\Delta$ , несмотря на большое значение  $\psi_H$  (таблица), отрицательные давления уменьшаются вследствие существенного затухания по амплитуде  $H(d, t)$  (рис. 2, кривые 3, 4; рис. 3, кривая 3). Таким образом, отрицательное давление имеет наибольшее значение при некоторой величине  $d/\Delta$ .

На рис. 4 показано влияние размеров оболочки на проникновение поля и изменение давления  $p(t)$  при  $\alpha/\omega=0,2; d/\Delta=0,4$ ; кривая 1 —  $H(0, t)$ , кривые 2, 3 —  $H(d, t)$ , кривые 4, 5 —  $p(t)$ ; для кривых 2, 4 —  $d/R=0,05$ ; 3, 5 — 0,25. С увеличением соотношения  $d/R$  при относительно большом значении  $d/\Delta$  улучшается проникновение магнитного поля внутрь оболочки и существенно увеличиваются расширяющие ЭДУ даже при уменьшении  $\psi_H$  (кривые 2, 3; таблица).

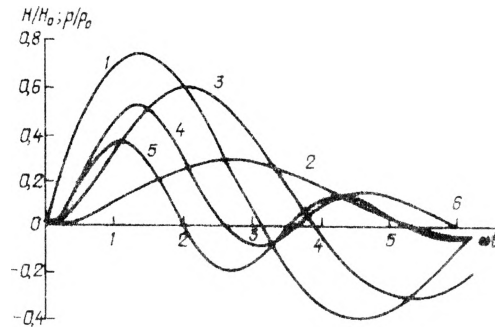


Рис. 4

Из рис. 3 и 4 (кривые 4, 5) видно, что на третьей полуволне изменения  $p(t)$  положительные ЭДУ весьма велики и могут вызвать сжатие оболочки после ее предыдущего расширения (см. введение). Заметим также, что отрицательные ЭДУ могут существенно препятствовать выполнению операции "обжим".

**Аперриодические импульсы внешнего магнитного поля.** Все рассмотренные ниже аперриодические импульсы (рис. 5) представляем с помощью общей формулы

$$H(0, t) = [1 - 1(t - t_c)] H_{0c} e^{-at} \sin \omega t + 1(t - t_c) H_{0c} e^{-\frac{t-t_c}{\tau_{cr}}}, \quad (8)$$

где  $1(t - t_c) = \begin{cases} 1, & t \geq t_c, \\ 0, & t < t_c \end{cases}$ ;  $t_c$  — момент времени, в который происходит "срез" (внезапное прерывание) импульса, изменяющегося по закону (7);  $H_{0c} = H_0 e^{-at_c} \sin \omega t_c$ ;  $\tau_{cr}$  — постоянная времени.

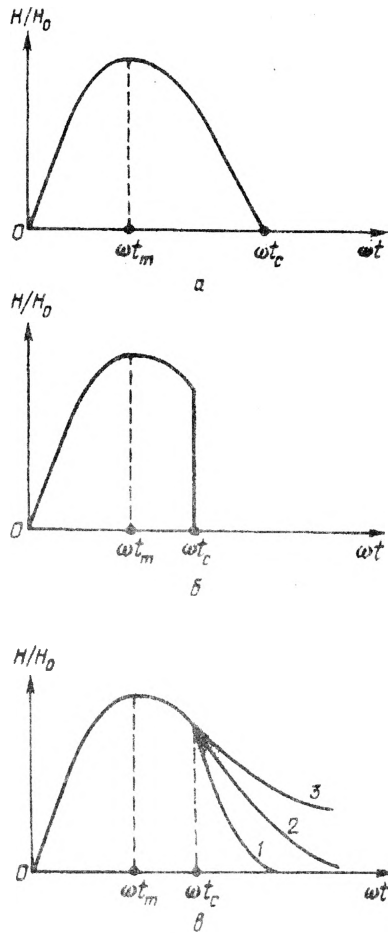


Рис. 5

Для решения задачи (1), (2), (8) и (4) на основании линейности уравнения (1) используем принцип суперпозиции, а также интеграл Дюамеля и переходную функцию (5). Частным случаем "срезанной" в момент времени  $t=t_c$  экспоненциально затухающей синусоиды (рис. 5, а, б) соответствует только первое слагаемое формулы (8), т.е.

$$H(0, t) = [1 - 1(t-t_c)] H_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t. \quad (9)$$

Раскрывая квадратные скобки в формуле (9), видим, что первая часть  $H(0, t)$ , соответствующая единице, совпадает с формулой (7), а вторая — при  $t \geq t_c$  с помощью подстановки  $t' = t - t_c$ ,  $t' \geq 0$  приводится к зависимости

$$H'(0, t') = -H'_0 e^{-\alpha t'} \sin(\omega t' + \psi_c), \quad (10)$$

где  $H'_0 = H_0 e^{-\alpha t_c}$ ,  $\psi_c = \omega t_c$  — фаза среза.

При  $\psi_c = \pi$  аperiodический импульс внешнего магнитного поля состоит только из первой полу волны экспоненциально затухающей синусоиды (рис. 5, а), а формула (10) преобразуется к виду (7) относительно  $t'$  с величиной  $H'_0$  вместо  $H_0$ . Таким образом, для решения задачи (1), (2), (9) при  $t_c = \pi/\omega$  и (4) используем известные формулы [5, 6,

8]. На рис. 6 сравниваются  $H(d, t)$  (кривая 1) и  $p(t)$  (кривая 2) для такого "срезанного" импульса внешнего магнитного поля и полного импульса (7) при  $d/\Delta = 0,2$ ;  $d/R = 0,05$ ;  $\alpha/\omega = 0,2$  (пунктирные части кривых соответствуют полному импульсу). Видим, что "срез" импульса (7) при  $\psi_c = \pi$  приводит к аperiodическому изменению напряженности проникшего внутрь оболочки магнитного поля (кривая 1) и второй полу волны давления, т.е. повторного изменения знака ЭДУ, действующих на оболочку, не происходит (кривая 2). Очевидно, что такие же особенности в изменениях  $H(d, t)$  и  $p(t)$  имеют место при аperiodическом разряде емкостного накопителя на индуктор. Амплитуда отрицательного давления по сравнению с полным импульсом не возрастает.

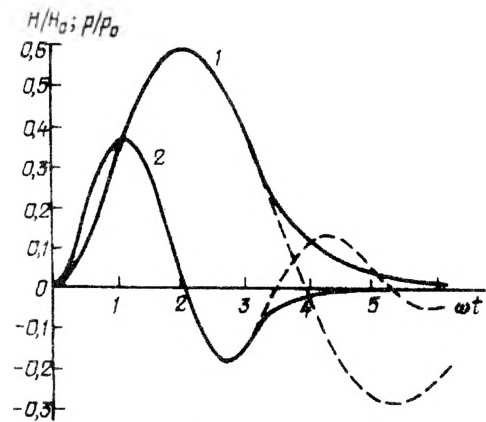


Рис. 6

В случае произвольных значений  $\psi_c$  (рис. 5, б) необходимо решить вспомогательную задачу (1), (2), (10) и (4) с учетом формальной замены  $t'$  на  $t$ . Используя изложенную выше методику и опуская выкладки, имеем решение при  $z=d$

$$H(d, t) = 2H'_0 \times \quad (11)$$

$$\times \sum_{k=1}^{k=\infty} p_k \frac{[e^{-\alpha t} \sin(\omega t + \psi_c + \psi_1) - e^{p_k t} \sin(\psi_c - \psi_1)]}{(x_k \csc x_k + \cos x_k) [(p_k + \alpha)^2 + \omega^2]^{0,5}},$$

где

$$\psi_1 = \begin{cases} \arctg \left[ \frac{\omega}{-(p_k + \alpha)} \right], & \text{если } -p_k > \alpha; \\ \pi/2, & \text{если } -p_k = \alpha; \\ \pi + \arctg \left[ \frac{\omega}{-(p_k + \alpha)} \right], & \text{если } -p_k < \alpha. \end{cases} \quad (12)$$

Для ранее рассмотренных исходных данных [5, 8] обычно соблюдалось условие  $-p_k > \alpha$  (это относится и к данной статье). Однако формула (12) является более общей, чем известные [5, 8], поскольку в ней учтены все возможные соотношения между  $p_k$  и  $\alpha$  (подобного уточнения не требуют со-

ответствующие зависимости из монографии [6], представленные в иной форме).

Формула (11) в частном случае  $\psi_c = 0$  с учетом знака минус в граничном условии (10) преобразуется в известное решение [8]. На рис. 7 показана зависимость отрицательных давлений магнитного поля, расширяющих цилиндрическую оболочку, от фазы среза экспоненциально затухающей синусоиды: кривая 1 —  $\psi_c = \pi$ ; 2 —  $\psi_c = \omega t_m$ ; 3 —  $\psi_c = 2$ . Остальные исходные данные те же, что и для рис. 6. Для кривой 3  $\psi_c$  приблизительно соответствует фазе, в которой напряженность проникшего внутрь оболочки магнитного поля принимает амплитудное значение (табл.). Именно при этом значении  $\psi_c$ , как и следовало ожидать, отрицательное давление максимально и близко по амплитуде к положительному давлению.

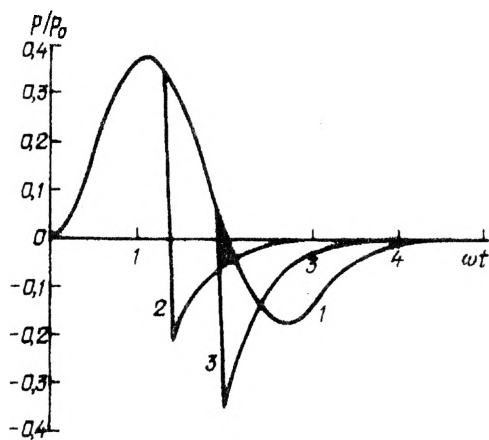


Рис. 7

Импульс, изображенный на рис. 5, в, состоит из "срезанной" части первой полувольты экспоненциально затухающей синусоиды при  $t \leq t_c$  и убывающей экспоненты при  $t \geq t_c$ , которой соответствует второе слагаемое (8). Такой импульс может быть создан при разряде емкостного накопителя на индуктор и переключении последнего при  $t = t_c$  на сопротивление с помощью кроубар-замыкателя [4]. "Срезанный" импульс (рис. 5, б) можно рассматривать как импульс с мгновенно убывающей экспоненциальной частью, т.е. при  $\tau_{cr} \rightarrow 0$ . Постоянная  $\tau_{cr}$  определяется параметрами контура с индуктором после переключения. Для кривой 1  $\omega \tau_{cr} = 0,1$ , кривой 2 — 1, кривой 3 — 2. Расчеты, детали которых для краткости опускаем, показали, что ненулевое, даже весьма малое значение постоянной  $\tau_{cr}$  заметно уменьшает амплитуду отрицательных давлений по сравнению с идеальным случаем из-за замедления убывания  $H(0,t)$  (6). При больших значениях  $\tau_{cr}$  отрицательные давления

очень малы.

**Выводы.** 1. В случае импульса внешнего магнитного поля, получаемого с помощью колебательного разряда емкостного накопителя энергии на индуктор, расширяющие ЭДУ, действующие на цилиндрическую проводящую оболочку, расположенную внутри индуктора при фиксированном значении  $d/R$  и некотором значении отношения  $d/\Delta$ , имеют максимальную величину.

2. "Срез" импульса внешнего магнитного поля, получаемого при колебательном разряде, в любой момент времени в течение первой полувольты приводит к аperiодической форме напряженности проникшего внутрь оболочки магнитного поля и второй полувольты давления, т.е. исключает повторное изменение направления ЭДУ и сжатие оболочки.

3. При колебательном разряде конденсатора на индуктор, внутри которого находится цилиндрическая проводящая оболочка, максимальное отрицательное давление на оболочку достигается "срезом" части первой полувольты внешнего поля  $\psi_c < \pi$  в момент времени, соответствующий амплитуде напряженности проникшего магнитного поля, который существенно зависит от значений  $d/\Delta$  и  $d/R$ .

1. Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. — Харьков: Вища школа. 1977. — 168 с.

2. Витков М.Г. Проникновение импульсного магнитного поля внутрь цилиндрического экрана // Журнал технической физики. — 1965. — № 3. — С. 410—413.

3. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. — М.: Наука, 1971. — 288 с.

4. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. — М.: Мир, 1972. — 392 с.

5. Михайлов В.М. О распределении усилий в стенке проводящей трубы в нестационарном электромагнитном поле // Сб. "Теоретическая электротехника". — Львов: Изд-во Львовского ун-та. — 1971. — Вып. 12. — С. 124—129.

6. Михайлов В.М. Импульсные электромагнитные поля. — Харьков: Вища шк. 1979. — 140 с.

7. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. — Л.: Энергоиздат, 1981. — Т. 2. — 416 с.

8. Новгородцев А.Б., Шнейрсон Г.А. Переходные процессы и электродинамические усилия в системе соленоид—замкнутый экран // Труды Ленинградского политехн. ин-та. — 1966. — № 273. — С. 139—151.

9. Техника больших импульсных токов и магнитных полей. Под ред. В.С.Комелькова. — М.: Атомиздат, 1970. — 472 с.

10. Щеглов Б.А., Есин А.А. Раздача тонкостенных трубчатых заготовок силами притяжения импульсного магнитного поля // Кузнечно-штамповочное производство. — 1971. — № 4. — С. 15—18.

Надійшла 04.01.2007